

**МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В.ЛОМОНОСОВА**

Механико-математический факультет

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКИЙ КОМПЛЕКС ДИСЦИПЛИНЫ

Численные методы

Специальность: 010701.65 "Фундаментальная математика и механика"

Квалификация (степень) выпускника: специалист

Форма обучения: очная, дневная

Автор: доцент кафедры вычислительной математики механико-математического факультета МГУ, к.ф.-м.н. Арушанян И.О.

Москва
2013

I. Название дисциплины: **Численные методы**

II. Цели и задачи дисциплины:

А. Цели дисциплины: получение теоретических знаний о принципах построения и математического обоснования современных численных методов

Б. Задачи дисциплины: формирование и развитие знаний, практических навыков и умений, обеспечивающих использование известных и разработку новых численных методов для широкого круга прикладных задач

В результате освоения дисциплины обучающийся должен:

1) знать

- основные направления развития современных численных методов;
- основные понятия, используемые в численных методах;
- основные методы приближения функций;
- основные методы численного интегрирования;
- основные методы линейной алгебры;
- основные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений;
- основные методы для задач математической физики;
- достоинства и недостатки изученных методов, их сравнительные характеристики;
- основные принципы организации программ, реализующих изученные методы.

2) уметь применять полученные знания для разработки численных алгоритмов решения различных прикладных задач, выбирать наиболее оптимальные способы решения, оценивать их трудоемкость и устойчивость.

III. Место дисциплины / практики в структуре ООП:

Б. Информация о месте дисциплины в учебном плане:

- 4 курс;
- 7,8 семестр.

В. Перечень дисциплин, которые должны быть освоены для начала освоения и параллельно данной дисциплине: Изучение дисциплины предполагает знание студентами основ курсов математического анализа, высшей и линейной алгебры, функционального анализа, дифференциальных уравнений, уравнений в частных производных, оптимального управления. Для более полного усвоения необходимо знать основы информатики и структуру ПК, его составляющих, а также иметь практические навыки программирования на одном из алгоритмических языков (желательно на языке C) и работы на персональном компьютере.

Г. Общая трудоемкость: 288 академических часа.

Д. Формы промежуточной аттестации: зачет, экзамен.

IV. Формы проведения занятий:

- форма занятий с указанием суммарной трудоемкости по каждой форме:
 - аудиторная работа, лекции – 70 часов;
 - аудиторная работа, семинары – 70 часов;
 - самостоятельная работа – 148 часов; (см. учебный план)

— формы текущего контроля: домашние задания, контрольные работы, 3 контрольные работы в 7 семестре; 3 контрольные работы в 8 семестре _____.

V. Распределение трудоемкости по разделам и темам, а также формам проведения занятий с указанием форм текущего контроля и промежуточной аттестации

ПО НЕДЕЛЯМ :

№ п/п	Наименование разделов и	Трудоемкость (в ак. часах) по формам занятий	Формы контроля
-------	-------------------------	--	----------------

	тем дисциплины	Аудиторная работа (с разбивкой по формам и видам)		Самостоятельная работа	
		Лекции	Семинары		
1	Тема 1. Машинная арифметика и простейшие вычисления	2	2	4	Домашнее задание
2	Тема 2. Прямые методы решения линейных систем	2	2	4	Домашнее задание
3	Тема 3. Теория возмущений в матричных вычислениях	2	2	4	Домашнее задание
4	Тема 4. Решение вырожденных (недоопределенных) линейных систем	2	2	4	Домашнее задание
5	Тема 5. Решение переопределенных линейных систем	2	2	4	Домашнее задание
6	Тема 6. Алгебраическая проблема собственных значений	2	2	4	Контрольная работа
7	Тема 7. Решение общих задач линейного программирования	2	2	4	Домашнее задание
8	Тема 8. Симплекс-метод для невырожденных задач линейного программирования	2	2	4	Домашнее задание
9	Тема 9. Целочисленные задачи линейного программирования	2	2	4	Домашнее задание
10	Тема 10. Полиномиальная интерполяция	2	2	4	Домашнее задание
11	Тема 11. Сплайн-интерполяция	2	2	4	Домашнее задание
12	Тема 12. Численное дифференцирование	2	2	4	Контрольная работа
13	Тема 13. Квадратурные формулы Ньютона-Котеса	2	2	4	Домашнее задание
14	Тема 14. Квадратурные формулы Гаусса	2	2	4	Домашнее задание
15	Тема 15. Вычисление кратных интегралов и интегралов с особенностями	2	2	4	Домашнее задание
16	Тема 16. Численное	2	2	4	Контрольная

	решение нелинейных уравнений				работа
17	Тема 17. Кратные и комплексные корни. Численное решение систем нелинейных уравнений	2	2	8	зачет
18	Тема 18. Минимизация функций одной переменной	2	2	4	Домашнее задание
19	Тема 19. Безусловная минимизация функций многих переменных	2	2	4	Домашнее задание
20	Тема 20. Метод решения задач условной минимизации	2	2	4	Домашнее задание
21	Тема 21. Метод простой итерации решения линейных систем	2	2	4	Домашнее задание
22	Тема 22. Методы спуска и верхней релаксации линейных систем	2	2	4	Домашнее задание
23	Тема 23. Неявные итерационные методы решения линейных систем	2	2	4	Контрольная работа
24	Тема 24. Разностные уравнения	2	2	4	Домашнее задание
25	Тема 25. Одношаговые методы решения систем обыкновенных дифференциальных уравнений	2	2	4	Домашнее задание
26	Тема 26. Многошаговые методы решения систем обыкновенных дифференциальных уравнений	2	2	4	Домашнее задание
27	Тема 27. Краевые задачи для обыкновенных дифференциальных уравнений	2	2	4	Контрольная работа
28	Тема 28. Аппроксимация, устойчивость и сходимость разностных схем	2	2	4	Домашнее задание
29	Тема 29. Параболические уравнения, ч. 1	2	2	4	Домашнее задание
30	Тема 30.	2	2	4	Домашнее

	Параболические уравнения, ч.2				задание
31	Тема 31. Эллиптические уравнения, ч. 1	2	2	4	Домашнее задание
32	Тема 32. Эллиптические уравнения, ч. 2	2	2	4	Домашнее задание
33	Тема 33. Гиперболические уравнения	2	2	4	Домашнее задание
34	Тема 34. Решение интегральных уравнений. Некорректные задачи	2	2	4	Контрольная работа
35	Обзорная лекция	2	2	8	Зачет, экзамен
	Итого:	70	70	148	

VI. Содержание дисциплины - аудиторная и самостоятельная работа:

Тема 1.

Заголовок. Машинная арифметика и простейшие вычисления

Содержание

лекции:

1. Машинные системы счисления
2. Параметры машинной арифметики
3. Ошибки округления (абсолютные, относительные)
4. Выполнение арифметических операций и округление результатов на ЭВМ
5. Вычисление параметров машинной арифметики
6. Погрешности вычислений, значащие и верные цифры
7. Накопление погрешностей
8. Прямой и обратный анализ ошибок
9. Распространение ошибок в начальных данных
10. Погрешности результатов арифметических операций
11. Численная неустойчивость
12. Приемы грамотного программирования

семинара: Решение задач из параграфа 1.1 учебного пособия № 2: Выполнение арифметических операций и округление результатов на ЭВМ, погрешности вычислений, значащие и верные цифры, накопление погрешностей, погрешности результатов арифметических операций

Задания для самостоятельной работы: Решение задач, заданных на дом, разбор содержания лекций и ознакомление с рекомендованной дополнительной литературой по теме : Машинная арифметика и простейшие вычисления

Тема 2.

Заголовок. Прямые методы решения линейных задач

Содержание

лекции:

1. Основные задачи вычислительной линейной алгебры
2. Разложение матриц на множители и приведение матриц к специальному виду

- 2.1. Треугольное разложение матриц (матрицы общего вида, симметричные и ленточные)
- 2.2. Разложение матрицы на произведение ортогональной и треугольной.
Ортогональные преобразования вращения и отражения. Теорема Шура.
- 2.3. Приведение матрицы к почти треугольной и двухдиагональной ортогональными преобразованиями подобия.
- 2.4. Приведение симметричной матрицы к трехдиагональной
3. Решение линейных систем с матрицами специального вида (с треугольными, двухдиагональными, трехдиагональными, ортогональными)
4. Трансформации Гаусса. Эквивалентность LU-разложения и метода Гаусса. Метод Гаусса-Жордана.
5. Итерационное уточнение решения.
6. Блочные матрицы.
7. Разреженные матрицы

семинара: Решение задач из параграфов 5.1, 5.5 учебного пособия № 2: Разложение матриц на множители и приведение матриц к специальному виду; Решение линейных систем с матрицами специального вида (с треугольными, двухдиагональными, трехдиагональными, ортогональными; Трансформации Гаусса. Эквивалентность LU-разложения и метода Гаусса. Метод Гаусса-Жордана.

Задания для самостоятельной работы: Решение задач, заданных на дом, разбор содержания лекций и ознакомление с рекомендованной дополнительной литературой по теме: Прямые методы решения линейных задач

Тема 3.

Заголовок. Теория возмущения в матричных вычислениях

Содержание

лекции:

1. Векторные нормы
2. Матричные нормы. Подчиненные, согласованные эквивалентные нормы
3. Прямой и обратный анализ ошибок
4. Число обусловленности матриц. Оценка относительной ошибки решения
5. Ошибки округления в гауссовом исключении
6. Возмущения при вычислении обратных матриц
7. Примеры плохо обусловленных матриц
8. Положительная определенность матриц и плохая обусловленность
9. Гауссово исключение и неустойчивость
10. Метод ортогонализации. Потеря ортогональности (модифицированный алгоритм Грима-Шмидта)

семинара: Решение задач из параграфа 5.2 учебного пособия № 2: Векторные нормы; Матричные нормы; Прямой и обратный анализ ошибок; Положительная определенность матриц и плохая обусловленность

Задания для самостоятельной работы: Решение задач, заданных на дом, разбор содержания лекций и ознакомление с рекомендованной дополнительной литературой по теме: Теория возмущения в матричных вычислениях

Тема 4.

Заголовок. Решение вырожденных (недоопределенных) линейных систем

Содержание

лекции:

1. Сингулярное разложение квадратных и прямоугольных матриц
2. Сингулярные числа и собственные значения
3. Спектральная норма и сингулярные числа
4. Оценка ранга матрицы. Норма Фробениуса (сферическая норма)
5. Алгоритмы сингулярного разложения
6. Решение вырожденных систем на основе сингулярного разложения. Согласованность матрицы и правой части системы
7. Решение недоопределенных систем на основе QR-разложения матриц

семинара: Решение задач из параграфа 5.5 учебного пособия № 2 по темам: Оценка ранга матрицы.; Решение вырожденных систем на основе сингулярного разложения. Согласованность матрицы и правой части системы; Решение недоопределенных систем на основе QR-разложения матриц

Задания для самостоятельной работы: Решение задач, заданных на дом, разбор содержания лекций и ознакомление с рекомендованной дополнительной литературой по теме: Решение вырожденных (недоопределенных) линейных систем

Тема 5.

Заголовок. Решение переопределенных линейных систем

Содержание

лекции:

1. Переопределенные системы. Решение в смысле наименьших квадратов
2. Геометрическая интерпретация
3. Нормальные системы и линейная задача наименьших квадратов
4. Псевдообратные (обобщенные обратные) матрицы
5. Число обусловленности прямоугольной матрицы (спектральная норма)
6. Связь чисел обусловленности матриц исходной и нормальной систем
7. Применение сингулярного разложения для решения линейной задачи наименьших квадратов
8. Выравнивание данных методом наименьших квадратов. Применение сингулярного разложения

семинара: Решение задач из параграфа 5.5 учебного пособия № 2 по темам: Нормальные системы и линейная задача наименьших квадратов; Псевдообратные (обобщенные обратные) матрицы; Число обусловленности прямоугольной матрицы (спектральная норма).

Задания для самостоятельной работы: Решение задач, заданных на дом, разбор содержания лекций и ознакомление с рекомендованной дополнительной литературой по теме: Решение переопределенных линейных систем

Тема 6.

Заголовок. Алгебраическая проблема собственных значений

Содержание

лекции:

1. Круги Гершгорина
2. Степенной метод
3. QR-алгоритм. Скорость сходимости
4. QR-алгоритм со сдвигами. Примеры
5. Обобщенная проблема собственных значений

семинара: Решение задач из параграфов учебного пособия № ___ по темам: QR-алгоритм. Скорость сходимости; QR-алгоритм со сдвигами; Вычисление собственных векторов.

Задания для самостоятельной работы: Решение задач, заданных на дом, разбор содержания лекций и ознакомление с рекомендованной дополнительной литературой по теме: Алгебраическая проблема собственных значений

Тема 7.

Заголовок. Решение общих задач линейного программирования

Содержание

лекции:

1. Постановки задач линейного программирования (основная, стандартная, каноническая). Их эквивалентность
2. Геометрический метод. Условная точка. Примеры
3. Двойственная задача. Связь с прямой задачей
4. Понятие симплекса. Опорные точки. Допустимые множества
5. Выпуклые множества. Метод перебора опорных точек
6. Базис опорной точки
7. Теория двойственности

семинара: Решение задач из параграфа 2.1 учебного пособия № 5 по темам: Геометрический метод; Двойственная задача; Опорные точки; Метод перебора опорных точек.

Задания для самостоятельной работы: Решение задач, заданных на дом, разбор содержания лекций и ознакомление с рекомендованной дополнительной литературой по теме: Решение общих задач линейного программирования.

Тема 8.

Заголовок. Симплекс-метод для невырожденных задач линейного программирования

Содержание

лекции:

1. Понятие симплекс-метода. Примеры
2. Итерация симплекс-метода для невырожденных задач
3. Выбор ведущего элемента
4. Поиск начальной опорной точки
5. Метод искусственного базиса
6. Симплекс-таблицы
7. М-метод
8. Модификации симплекс-метода
9. Двойственный симплекс-метод

семинара: Решение задач из параграфа 2.2 учебного пособия № 5 по темам: Выбор ведущего элемента; Поиск начальной опорной точки; Метод искусственного базиса; Симплекс-таблицы; М-метод.

Задания для самостоятельной работы: Решение задач, заданных на дом, разбор содержания лекций и ознакомление с рекомендованной дополнительной литературой по теме: Симплекс-метод для невырожденных задач линейного программирования.

Тема 9.

Заголовок. Целочисленные задачи линейного программирования

Содержание

лекции:

1. Постановка задачи. Примеры
2. Сведение к общей задаче линейного программирования
3. Методы отсечений
4. Метод Гомори
5. Применение двойственного симплекс-метода
6. Задачи с возрастающим количеством условий
7. Решение двойственной задачи как оценки влияния

семинара: Решение задач из параграфа 2.2 учебного пособия № 5 по темам: Применение двойственного симплекс-метода; Решение двойственной задачи как оценки влияния.

Задания для самостоятельной работы: Решение задач, заданных на дом, разбор содержания лекций и ознакомление с рекомендованной дополнительной литературой по теме: Целочисленные задачи линейного программирования

Тема 10.

Заголовок. Полиномиальная интерполяция

Содержание

лекции:

1. Постановка задачи. Метод неопределенных коэффициентов. Аппроксимация функций
2. Интерполяционный многочлен Лагранжа. Оценка остаточного члена. Порядок сходимости
3. Многочлены Чебышева и их свойства
4. Теорема о многочлене, наименее отклоняющемся от нуля
5. Минимизация остаточного члена
6. Погрешность округления при интерполяции
7. Разделенные разности
8. Интерполяционный многочлен в форме Ньютона.
9. Обратное интерполирование
10. Интерполяция с кратными узлами

семинара: Решение задач из параграфа 3.1 учебного пособия № 2 по темам: Метод неопределенных коэффициентов. Аппроксимация функций; Интерполяционный многочлен Лагранжа. Оценка остаточного члена. Порядок сходимости.

Задания для самостоятельной работы: Решение задач, заданных на дом, разбор содержания лекций и ознакомление с рекомендованной дополнительной литературой по теме: Полиномиальная интерполяция

Тема 11.

Заголовок. Сплайн-интерполяция

Содержание

лекции:

1. Понятие интерполяционного сплайна

2. Построение кубического сплайна
3. Натуральные сплайны. Правильные краевые условия. Порядок сходимости
4. Преимущества сплайн-интерполяции
5. Локальные (аппроксимационные) сплайны
6. Линейные В-сплайны
7. Представление линейного сплайна через В-сплайны
8. Способы определения недостающих краевых условий

семинара: Решение задач из параграфа 3.1 учебного пособия № 2 по темам: Построение кубического сплайна; Натуральные сплайны.

Задания для самостоятельной работы: Решение задач, заданных на дом, разбор содержания лекций и ознакомление с рекомендованной дополнительной литературой по теме: Сплайн-интерполяция

Тема 12.

Заголовок. Численное дифференцирование

Содержание

лекции:

1. Постановка задачи. Применение многочлена Лагранжа. Метод неопределенных коэффициентов
2. Сплайн-дифференцирование
3. Разностные аппроксимации производных. Преимущество симметричных формул
4. Оценки погрешности аппроксимации. Влияние вычислительной погрешности. Оптимальный шаг численного дифференцирования. Примеры
5. Некорректность задачи численного дифференцирования
6. Метод Рунге построения формул численного дифференцирования высокого порядка точности
7. Схема Ромберга
8. Экстраполяция по Ричардсону
9. Аппроксимация частных производных

семинара: Решение задач из параграфа 3.3 учебного пособия № 2 по темам: Применение многочлена Лагранжа. Метод неопределенных коэффициентов.

Задания для самостоятельной работы: Решение задач, заданных на дом, разбор содержания лекций и ознакомление с рекомендованной дополнительной литературой по теме: Численное дифференцирование

Тема 13.

Заголовок. Квадратурные формулы Ньютона-Котеса

Содержание

лекции:

1. Интерполяционные квадратурные формулы. Формулы Ньютона-Котеса
2. Коэффициенты Котеса. Неустойчивость. Алгебраическая точность. Порядок сходимости. Преимущество симметричных формул
3. Формулы трапеций, средних прямоугольников и Симпсона. Оценки локальной погрешности
4. Составные квадратурные формулы
5. Глобальная погрешность. Асимптотические и мажоритарные оценки остаточных членов
6. Метод неопределенных коэффициентов. Примеры

7. Правило Рунге оценки погрешности. Метод Ромберга
8. Полная погрешность формул Ньютона-Котеса. Влияние ошибок округления.
Оптимальный шаг интегрирования
9. Процесс Эйткена оценки фактической точности

семинара: Решение задач из параграфов 4.1, 4.2 учебного пособия № 2 по темам: Коэффициенты Котеса. Неустойчивость. Алгебраическая точность. Порядок сходимости; Формулы трапеций, средних прямоугольников и Симпсона. Оценки локальной погрешности; Составные квадратурные формулы.

Задания для самостоятельной работы: Решение задач, заданных на дом, разбор содержания лекций и ознакомление с рекомендованной дополнительной литературой по теме: Квадратурные формулы Ньютона-Котеса

Тема 14.

Заголовок. Квадратурные формулы Гаусса

Содержание

лекции:

1. Многочлен Лежандра и их свойства. Формула Родригеса
2. Трехчленные рекуррентные соотношения
3. Квадратуры Гаусса как формулы наивысшей алгебраической степени точности. Вывод систем для определенных узлов и весов
4. Нули полинома Лежандра. Порядок остаточного члена
5. Примеры построения формул Гаусса
6. Теорема о положительности весов формул Гаусса
7. Адаптивные и неадаптивные алгоритмы
8. Адаптивный алгоритм с контролем точности по глобальной ошибке

семинара: Решение задач из параграфов 4.3, 4.4 учебного пособия № 2 по темам: Многочлен Лежандра; Трехчленные рекуррентные соотношения; Квадратурная формула Гаусса; Адаптивные и неадаптивные алгоритмы; Адаптивный алгоритм с контролем точности по глобальной ошибке.

Задания для самостоятельной работы: Решение задач, заданных на дом, разбор содержания лекций и ознакомление с рекомендованной дополнительной литературой по теме: Квадратурные формулы Гаусса

Тема 15.

Заголовок. Вычисление кратных интегралов и интегралов с особенностями

Содержание

лекции:

1. Кубатурные формулы
2. Метод ячеек
3. Последовательное интегрирование
4. Метод статических испытаний (метод Монте-Карло). Способы реализации. Порядок сходимости
5. Преимущества и недостатки детермированных и статистических методов
6. Вычисление интегралов на бесконечных отрезках. Программная реализация. Примеры
7. Вычисление интегралов от разрывных функций. Случаи точек разрыва первого и второго родов

8. Способ программной локализации точек неинтегрируемости
9. Вычисление интегралов от быстро осциллирующих функций

семинара: Решение задач из параграфа 4.4 учебного пособия № 2 по темам: Кубатурные формулы; Метод ячеек; Последовательное интегрирование; Вычисление интегралов на бесконечных отрезках; Вычисление интегралов от функций с особенностями.

Задания для самостоятельной работы: Решение задач, заданных на дом, разбор содержания лекций и ознакомление с рекомендованной дополнительной литературой по теме: Вычисление кратных интегралов и интегралов с особенностями

Тема 16

Заголовок. Численное решение нелинейных уравнений

Содержание

лекции:

1. Прямые методы. Одноточечные и многоточечные итерационные методы. Порядок (скорость) сходимости
2. Метод бисекции. Скорость сходимости
3. Итерационные методы, основанные на линейной интерполяции. Метод секущих. Метод Ньютона. Геометрическая интерпретация
4. Итерационные методы, основанные на квадратичной интерполяции. Метод парабол. Метод Чебышева
5. Многоточечный итерационный метод.
6. Оценки скорости сходимости.
7. Метод прямой итерации. Способ ускорения сходимости. Примеры
8. Построение методов высших порядков

семинара: Решение задач из параграфов 6.1, 6.2 учебного пособия № 2 по темам: Прямые методы. Одноточечные и многоточечные итерационные методы; Метод бисекции; . Метод секущих. Метод Ньютона.

Задания для самостоятельной работы: Решение задач, заданных на дом, разбор содержания лекций и ознакомление с рекомендованной дополнительной литературой по теме: Численное решение нелинейных уравнений

Тема 17.

Заголовок. Кратные и комплексные корни. Численное решение систем нелинейных уравнений

Содержание

лекции:

1. Кратные корни. Снижение скорости сходимости метода Ньютона-Рафсона
2. Модифицированные методы Ньютона и секущих для вычисления кратных корней
3. Способ численной оценки кратности корня
4. Вычисление комплексных корней в условиях вещественной арифметики. Использование комплексной арифметики
5. Практический способ отбрасывание найденного корня
6. Метод Ньютона решения нелинейных систем
7. Квазиньютоновский метод
8. Понятие о сжимающем отображении. Метод простой итерации. Примеры
9. Достаточные условия сходимости простой итерации
10. Метод скорейшего спуска

семинара: Решение задач из параграфа 6.2 учебного пособия № 2 по темам: Модифицированные методы Ньютона-Рафсона и секущих для вычисления кратных корней; Вычисление комплексных корней в условиях вещественной арифметики.

Задания для самостоятельной работы: Решение задач, заданных на дом, разбор содержания лекций и ознакомление с рекомендованной дополнительной литературой по теме: Кратные и комплексные корни. Численное решение систем нелинейных уравнений

Тема 18.

Заголовок. Минимизация функций одной переменной

Содержание

лекции:

1. Постановка задач оптимизации. Безусловная и условная минимизация. Локальный и глобальный минимумы
2. Унимодальные функции. Примеры
3. Метод перебора (пассивная стратегия поиска)
4. Метод деления отрезка пополам. Оценка арифметических операций и скорость сходимости
5. Метод золотого сечения и его модификации
6. Программная реализация метода золотого сечения. Скорость сходимости
7. Выпуклые функции. Метод касательных
8. Метод Ньютона и его модификация. Скорость сходимости
9. Поиск глобального минимума

семинара: Решение задач из по темам: Метод перебора (пассивная стратегия поиска); Метод деления отрезка пополам. Оценка арифметических операций и скорость сходимости; Метод золотого сечения и его модификации; Метод касательных; Метод Ньютона и его модификация; Поиск глобального минимума.

Задания для самостоятельной работы: Решение задач, заданных на дом, разбор содержания лекций и ознакомление с рекомендованной дополнительной литературой по теме: Минимизация функций одной переменной

Тема 19.

Заголовок. Безусловная минимизация функций многих переменных

Содержание

лекции:

1. Постановка задачи. Градиент, антиградиент. Необходимое условие локальной оптимальности первого порядка
2. Определение непрерывности функции. Формула Тейлора и ее представления. Производная по направлению
3. Стационарные точки. Критерий Сильвестра. Необходимое условие оптимальности второго порядка. Достаточное условие локальной оптимальности
4. Методы нулевого, первого и второго порядков. Общий вид методов минимизации. Направление убывания. Необходимый и достаточный признак убывания
5. Скорость сходимости метода и практические критерии окончания счета
6. Методы спуска. Способы выбора шага по направлению убывания
7. Метод градиентного спуска. Скорость сходимости
8. Метод наискорейшего спуска
9. Случай квадратичных функций

семинара: Решение задач по темам: Формула Тейлора и ее представления. Производная по направлению; Методы спуска. Способы выбора шага по направлению убывания ; Метод градиентного спуска. Скорость сходимости; Метод наискорейшего спуска.

Задания для самостоятельной работы: Решение задач, заданных на дом, разбор содержания лекций и ознакомление с рекомендованной дополнительной литературой по теме: Безусловная минимизация функций многих переменных

Тема 20.

Заголовок. Метод решения задач условной минимизации

Содержание

лекции:

1. Постановка задачи условной минимизации (нелинейного программирования)
2. Задача дробно-линейного программирования
3. Задача квадратичного программирования. Теорема Куна-Таккера
4. Метод возможных направлений для задач линейными ограничениями
5. Метод проекции. Проекция точки на множество. Способы выбора шага по направлению убывания. Примеры
6. Метод условного градиента. Вспомогательная задача. Способы выбора шага по направлению убывания
7. Способ замены задачи нелинейного программирования последовательностью задач безусловной минимизации. Методы штрафных и барьерных функций
8. Практические критерии окончания счета
9. Метод Ньютона условной минимизации

семинара: Решение задач по темам: Метод возможных направлений для задач линейными ограничениями; Метод условного градиента. Способы выбора шага по направлению убывания; критерии окончания счета; Метод Ньютона условной минимизации.

Задания для самостоятельной работы: Решение задач, заданных на дом, разбор содержания лекций и ознакомление с рекомендованной дополнительной литературой по теме: Метод решения задач условной минимизации

Тема 21.

Заголовок. Метод простой итерации решения линейных систем

Содержание

лекции:

1. Приведение систем к виду, удобному для итераций. Примеры
2. Достаточное условие сходимости
3. Апостериорная оценка погрешности
4. Симметричные системы с положительно определенными матрицами
5. Влияние ошибок округления
6. Необходимое и достаточное условие сходимости
7. Оптимизация скорости сходимости
8. Диагональное преобразование и сходимость метода простой итерации
9. Машинная реализация метода простой итерации
10. Практическая оценка погрешности и ускорение сходимости

семинара: Решение задач из параграфа 5.3 учебного пособия № 2 по темам: Приведение систем к виду, удобному для итераций; Апостериорная оценка погрешности; Оптимизация скорости сходимости; Диагональное преобразование и сходимость метода простой итерации.

Задания для самостоятельной работы: Решение задач, заданных на дом, разбор содержания лекций и ознакомление с рекомендованной дополнительной литературой по теме: Метод простой итерации решения линейных систем

Тема 22.

Заголовок. Методы спуска и верхней релаксации линейных систем

Содержание

лекции:

1. Метод скорейшего спуска решения систем с положительно определенными матрицами.
Скорость сходимости
2. Метод Зейделя. Оператор перехода
3. Достаточное условие сходимости метода Зейделя
4. Апостериорная оценка погрешности метода Зейделя. Геометрическая интерпретация.
Случай симметричных систем с положительно определенными матрицами
5. Метод Якоби. Оператор перехода
6. Метод релаксации. Условие на итерационный параметр. Нижняя и верхняя релаксация. Оператор перехода
7. Оптимизация сходимости метода релаксации для симметричных систем с положительно определенными матрицами
8. Стационарные и нестационарные методы

семинара: Решение задач из параграфа 5.4 учебного пособия № 2 по темам: Метод скорейшего спуска решения систем с положительно определенными матрицами; Метод Зейделя. Метод Якоби; Метод релаксации.

Задания для самостоятельной работы: Решение задач, заданных на дом, разбор содержания лекций и ознакомление с рекомендованной дополнительной литературой по теме: Методы спуска и верхней релаксации линейных систем

Тема 23.

Заголовок. Неявные итерационные методы решения линейных систем

Содержание

лекции:

1. Построение неявных методов. Оценка скорости сходимости
2. Неявный чебышевский итерационный метод
3. Случай, когда точные границы спектра неизвестны
4. Итерационные методы с использованием спектрально-эквивалентных операторов
5. Применение к решению частичной проблемы собственных значений положительно определенных матриц

семинара: Решение задач из параграфа 5.4 учебного пособия № 2 по темам: Построение неявных методов. Оценка скорости сходимости; Неявный чебышевский итерационный метод; Итерационные методы с использованием спектрально-эквивалентных операторов.

Задания для самостоятельной работы: Решение задач, заданных на дом, разбор содержания лекций и ознакомление с рекомендованной дополнительной литературой по теме: Неявные итерационные методы решения линейных систем

Тема 24.

Заголовок. Разностные уравнения

Содержание

лекции:

1. Построение разностных уравнений. Задача Коши и краевые задачи для разностных уравнений
2. Однородные разностные уравнения первого и второго порядков. Представление общих решений
3. Неоднородное разностное уравнение первого и второго порядков. Построение частного решения
4. Случай кратных и комплексных корней характеристического уравнения
5. Фундаментальное решение. Функция Грина
6. Разностная задача на собственные значения
7. Свойства собственных значений и собственных функций
8. Разрешимость и сходимости разностной задачи
9. Метод прогонки
10. Примеры

семинара: Решение задач из параграфов 2.1-2.4 учебного пособия № 2 по темам: Построение разностных уравнений. Задача Коши и краевые задачи для разностных уравнений; Однородные разностные уравнения первого и второго порядков. Представление общих решений; Неоднородное разностное уравнение первого и второго порядков, построение частного решения; Разностная задача на собственные значения; Метод прогонки.

Задания для самостоятельной работы: Решение задач, заданных на дом, разбор содержания лекций и ознакомление с рекомендованной дополнительной литературой по теме: Разностные уравнения

Тема 25.

Заголовок. Одношаговые методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений

Содержание

лекции:

1. Задача Коши (начальная задача). Условие Липшица. Единственность решения
2. Метод Эйлера. Локальная и глобальная погрешность
3. Метод Рунге оценки погрешности. Экстраполяция по Ричардсону
4. Явные методы Рунге-Кутты и их построение
5. Практические способы оценки погрешности
6. Автоматический выбор шага интегрирования
7. Устойчивость численного решения обыкновенных дифференциальных уравнений
8. Условная устойчивость явных методов Рунге -Кутты
9. Неустойчивые дифференциальные уравнения
10. Порядок сходимости. Влияние ошибок округления. Оптимальный шаг интегрирования
11. Жесткие дифференциальные уравнения
12. неявные метод Рунге-Кутты.

семинара: Решение задач из параграфов 7.1, 7.2 учебного пособия № 2 по темам: Задача Коши. Метод Эйлера; Метод Рунге оценки погрешности. Явные методы Рунге-Кутты; Автоматический выбор шага интегрирования; Неустойчивые дифференциальные уравнения; Жесткие дифференциальные уравнения; Неявные метод Рунге-Кутты.

Задания для самостоятельной работы: Решение задач, заданных на дом, разбор содержания лекций и ознакомление с рекомендованной дополнительной литературой по теме: Одношаговые методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений

Тема 26.

Заголовок. Многошаговые методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений

Содержание

лекции:

1. Экстраполяционные методы Адамса
2. Фронт Адамса. Процедура разноса Пересчет
3. Интерполяционные методы Адамса (методы коррекции)
4. Контроль точности и критерий окончания счета
5. Метод Милна. Слабая устойчивость
6. Необходимые и достаточные условия аппроксимации дифференциальных уравнений разностными схемами
7. Условие альфа-устойчивости. Определение порядка аппроксимации и сходимости.
Примеры
8. Жесткие системы. Простейшие неявные методы

семинара: Решение задач из параграфа 7.2 учебного пособия № 2 по темам: Экстраполяционные методы Адамса; Слабая устойчивость; Определение порядка аппроксимации и сходимости; Жесткие системы. Простейшие неявные методы.

Задания для самостоятельной работы: Решение задач, заданных на дом, разбор содержания лекций и ознакомление с рекомендованной дополнительной литературой по теме: Многошаговые методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений

Тема 27.

Заголовок. Краевые задачи для обыкновенных дифференциальных уравнений

Содержание

лекции:

1. Разностный метод решения краевых задач для уравнений второго порядка
2. Метод стрельбы решения краевых задач для уравнений второго порядка
3. Решение линейной краевой задачи методом ортогональной прогонки Годунова
4. Нелинейные краевые задачи. Метод линеаризации
5. Линеаризация на основе идеи метода Ньютона. Решение последовательности линейных задач
6. Краевые задачи для уравнений с разрывными коэффициентами. Однородные разностные схемы.
7. Метод Ритца и Бубнова-Галеркина

семинара: Решение задач из параграфов 7.3, 7.4 учебного пособия № 2 по темам: Разностный метод решения краевых задач для уравнений второго порядка; Метод стрельбы решения краевых задач для уравнений второго порядка; Метод Ритца и Бубнова-Галеркина.

Задания для самостоятельной работы: Решение задач, заданных на дом, разбор содержания лекций и ознакомление с рекомендованной дополнительной литературой по теме: Краевые задачи для обыкновенных дифференциальных уравнений

Тема 28.

Заголовок. Аппроксимация, устойчивость и сходимость разностных схем

Содержание

лекции:

1. Дифференциальная задача. Построение разностных схем
2. Сетки и сеточные функции. Разностные аппроксимации. Шаблон сетки
3. Разностные тождества и сеточные нормы
4. Определение аппроксимации разностной схемы. Порядок аппроксимации. Локальная аппроксимация локального оператора
5. Безусловная и условная аппроксимация
6. Устойчивость разностной схемы. Безусловная и условная устойчивость. Устойчивость по граничным условиям и начальным данным.
7. Сходимость разностной схемы. Порядок сходимости. Теорема о сходимости. Теорема о сходимости линейных схем
8. Корректность разностной схемы

семинара: Решение задач из параграфа 7.1 учебного пособия №2 по темам: Определение аппроксимации разностной схемы. Порядок аппроксимации. Локальная аппроксимация локального оператора; Безусловная и условная аппроксимация ; Корректность разностной схемы.

Задания для самостоятельной работы: Решение задач, заданных на дом, разбор содержания лекций и ознакомление с рекомендованной дополнительной литературой по теме: Аппроксимация, устойчивость и сходимость разностных схем

Тема 29.

Заголовок. Параболические уравнения. Ч. 1.

Содержание

лекции:

1. Постановка задач для одномерных параболических уравнений
2. Спектральный признак устойчивости
3. Шеститочечная двухслойная неявная схема. Существование решения. Аппроксимация. Устойчивость
4. Выбор параметра схемы для повышенного порядка
5. Асимптотическая устойчивость неявной схемы. Монотонность решения

семинара: Решение задач из параграфа 8.3 учебного пособия № 2 по темам: Спектральный признак устойчивости; Выбор параметра схемы для повышенного порядка.

Задания для самостоятельной работы: Решение задач, заданных на дом, разбор содержания лекций и ознакомление с рекомендованной дополнительной литературой по теме: Параболические уравнения

Тема 30.

Заголовок. Параболические уравнения. Ч. 2.

Содержание

лекции:

1. Устойчивость и аппроксимация схемы "ромб" (схема Дюферта-Франкеля) для уравнения теплопроводности
2. Безусловная неустойчивость явной трехслойной схемы для параболических уравнений

3. Условная неустойчивость явной трехслойной схемы для параболических уравнений
4. Наилучшая схема для уравнения теплопроводности с переменными коэффициентами
5. Принцип замороженных коэффициентов

семинара: Решение задач из параграфа 8.3 учебного пособия № 2 по темам: Устойчивость и аппроксимация схемы "ромб" (схема Дюферта-Франкеля) для уравнения теплопроводности; Наилучшая схема для уравнения теплопроводности с переменными коэффициентами

Задания для самостоятельной работы: Решение задач, заданных на дом, разбор содержания лекций и ознакомление с рекомендованной дополнительной литературой по теме: Параболические уравнения

Тема 31.

Заголовок. Эллиптические уравнения. Ч.1.

Содержание

лекции:

1. Стационарные и эволюционные задачи. Среднеквадратичная сходимость решения эволюционной задачи и стационарной. Счет на установление
2. Решение Двумерной задачи Дирихле в прямоугольнике. Предельно-поперечная схема
3. Локально-одномерная схема
4. Произвольная область. Критерий установления. Организация практических расчетов
5. Чебышевский набор шагов. Предельно-поперечная схема

семинара: Решение задач из параграфа 8.2 учебного пособия № 2 по темам: Решение Двумерной задачи Дирихле в прямоугольнике. Предельно-поперечная схема; Локально-одномерная схема.

Задания для самостоятельной работы: Решение задач, заданных на дом, разбор содержания лекций и ознакомление с рекомендованной дополнительной литературой по теме: Эллиптические уравнения

Тема 32.

Заголовок. Эллиптические уравнения. Ч.2.

Содержание

лекции:

1. Метод Рунге
2. Стационарные разностные схемы
3. Применение быстрого преобразования Фурье и задача Дирихле в прямоугольнике
4. Применение итерационных методов Якоби, Зейделя и верхней релаксации
5. Попеременно-треугольная схема

семинара: Решение задач из параграфа 8.2 учебного пособия № 2 по темам: Метод Рунге; Стационарные разностные схемы; Применение итерационных методов Якоби, Зейделя и верхней релаксации; Попеременно-треугольная схема.

Задания для самостоятельной работы: Решение задач, заданных на дом, разбор содержания лекций и ознакомление с рекомендованной дополнительной литературой по теме: Эллиптические уравнения

Тема 33.

Заголовок. Гиперболические уравнения

Содержание

лекции:

1. Схема "крест" для волнового уравнения: аппроксимация, устойчивость, сходимость. Условие Куранта
2. Трехслойная неявная схема с весами для волнового уравнения
3. Двухслойная акустическая схема
4. Одномерные и факторизованные схемы
5. Спектральный признак устойчивости
6. Определение порядка аппроксимации через разложение в ряды Тейлора в точке с дробным индексом
7. Двухслойная десятиточечная разностная схема. Построение схемы Кранка-Николсона
8. Примеры схем с условной устойчивостью
9. Уравнение газодинамики. Схема "крест"
10. Консервативные разностные схемы

семинара: Решение задач из параграфа 8.1 учебного пособия №2 по темам: Трехслойная неявная схема с весами для волнового уравнения; Одномерные и факторизованные схемы; Спектральный признак устойчивости; Определение порядка аппроксимации через разложение в ряды Тейлора в точке с дробным индексом.

Задания для самостоятельной работы: Решение задач, заданных на дом, разбор содержания лекций и ознакомление с рекомендованной дополнительной литературой по теме: Гиперболические уравнения

Тема 34.

Заголовок. Решение интегральных уравнений. некорректные задачи

Содержание

лекции:

1. Корректно поставленные задачи. Постановка задач для интегральных уравнений Фредгольма 2-го рода
2. Разностный метод для однородных и неоднородных уравнений. Уравнение Вольтерра
3. Выбор квадратурной формулы
4. Метод последовательных приближений
5. Замена ядра вырожденным
6. Метод Галеркина (метод моментов)
7. Некорректные задачи. Метод регуляризации А.Н.Тихонова. Интегральное уравнение 1-го рода
8. Вариационный метод регуляризации
9. Уравнение Эйлера. Тихоновский стабилизатор
10. Разностные схемы для вариационных методов регуляризации

семинара: Решение задач по темам: Метод последовательных приближений; Замена ядра вырожденным; Метод Галеркина (метод моментов); Метод квадратур.

Задания для самостоятельной работы: Решение задач, заданных на дом, разбор содержания лекций и ознакомление с рекомендованной дополнительной литературой по теме: Решение интегральных уравнений. некорректные задачи

VII. Используемые образовательные, научно-исследовательские и научно-производственные технологии:

А. Образовательные технологии: интерактивные лекции и семинары; решение типовых задач; выполнение творческого задания; дискуссии по теме занятий; активное обсуждение и оценка работы студентов в группе; самостоятельная работа, _____.

Б. Научно-исследовательские технологии: изучение литературы, а также научных и научно-популярных статей, блогов и лекций ведущих отечественных и зарубежных специалистов, представленным в Интернете, _____.

VIII. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов, оценочные средства контроля успеваемости и промежуточной аттестации:

А. Учебно-методические рекомендации для обеспечения самостоятельной работы студентов, в том числе ссылки на методические материалы, размещенные на сайте кафедры:

Текущий контроль успеваемости студентов осуществляется посредством опроса на семинарских занятиях, проведения итоговых контрольных работ по пройденным темам, проведения итоговых зачетов по окончании семестров и заключительного экзамена по материалу всего курса. Самостоятельная работа студентов направлена на изучение курса с помощью задачника №2 из списка основной литературы.

Б. Примерный список заданий для проведения текущей и промежуточной аттестации:

Примеры контрольных работ

Контрольная работа по теме «разностные уравнения».

1. Найти решение уравнения $3Y(n-1) - 6,5Y(n) + Y(n+1) = 0$ при условии, что $Y(0) = 5$, $Y(1) = 2$.

2. Построить ограниченное фундаментальное решение уравнения

$$Y(n+1) - 5Y(n) + 6Y(n-1) = \delta(n),$$

\$\$

где $\delta(0) = 1$ и $\delta(n) = 0$, если n не равно нулю.

3. Найти общее действительное решение уравнения

$$20Y(n-1) - 8Y(n) + Y(n+1) = 0.$$

4. Найти общее решение задачи

а) $0,125Y(n-1) - 0,75Y(n) + Y(n+1) = (0,5)^n$,

б) $Y(n-1) - 2,5Y(n) + Y(n+1) = \cos(n)$.

5. Найти все λ , для которых разностная задача

$$(y(k+1) - 2y(k) + y(k-1)) / h^2 = -\lambda y(k), \quad y(0) = y(N) = 0, \quad h = 1/N$$

имеет нетривиальные решения и указать их.

Контрольная работа по теме «приближение функций».

1. Построить интерполяционный многочлен Лагранжа для функции

$\sin(\pi x/2)$ по точкам -2; -1; 0; 1; 2.

2. Функция $\sin(\pi x/2)$ приближается по четырем равноотстоящим узлам x_k на отрезке $[0;1]$.

Найти целое p в оценке погрешности вида $\varepsilon = 10^{-p}$ в равномерной норме.

3. Построить многочлен наилучшего равномерного приближения второй степени для функции $2x^3 + 3x^2 + x - 1$ на отрезке $[-1, 2]$.

4. Найти величину a в оценке

$$a/2 \leq \|\sin(x) - L(x)\|_{C[-\pi/3; \pi/3]} \leq a$$

где $L(x)$ -- многочлен наилучшего равномерного приближения пятой степени.

5. Найти коэффициенты формулы численного дифференцирования для первой производной функции $f(x)$ максимально возможной степени точности $(af(x)+bf(x+h)+cf(x+2h))/h$ и указать эту степень.

Контрольная работа по теме «численное интегрирование».

1. Доказать, что не существует квадратуры с n узлами, точной для всех многочленов степени $2n$, если вес $p(x) > 0$.

2. Выписать оценку точности вычисления интеграла $\int_0^1 y(x)dx$ от гладкой функции $y(x)$ по формуле $S(y)=[y(0)+4y(0.1)+2y(0.2)+4y(0.3)+\dots+4y(0.9)+y(1.0)]/30$.

3. Построить квадратурную формулу Гаусса с двумя узлами

$$\int_{-1}^1 x^2 f(x)dx \approx c_1 f(x_1) + c_2 f(x_2).$$

4. Доказать, что для погрешности квадратурной формулы трапеции

справедливо представление $\int_a^b f(x)dx - \frac{b-a}{2}(f(a) + f(b)) = \frac{1}{2} \int_a^b (a-x)(b-x)f''(x)dx$.

5. Доказать, что если весовая функция $p(x)$ четна относительно середины отрезка $[a,b]$ и узлы квадратуры расположены симметрично относительно середины отрезка $[a,b]$, то для коэффициентов квадратуры справедливо равенство $D_j = D_{n+1-j}$ ($j=1, \dots, n$).

Контрольная работа по теме «линейная алгебра».

1. Пусть заданы числа $p_k > 0$. Доказать, что выражение $\|x\| = |x_1|p_1 + \dots + |x_n|p_n$ определяет норму вектора x . Найти норму матрицы, согласованную с этой нормой вектора.

2. Для решения системы $x=Bx+c$ применяется алгоритм $z^{k+1} = Bx^k + c$, $x^{k+1} = \alpha z^{k+1} + (1-\alpha)x^k$ с начальным приближением x_0 . Пусть $\lambda(B) \in [m, M]$, $m > 1$. Найти оптимальное значение итерационного параметра α .

3. Доказать, что метод Зейделя сходится, если $\sum_{j \neq i} |a_{ij}| < |a_{ii}|$ для любого i .

4. Найти a и b , при которых метод

а) простой итерации $x_{i+1} = Ax_i + c$,

б) Зейделя для системы уравнений $Ax=c$

будет сходящимся, если матрица A задается в следующем виде

$$\begin{matrix} a & b & 0 \\ b & a & b \\ 0 & b & a. \end{matrix}$$

Контрольная работа по теме «методы решения задач математической физики».

1. Вывести дифференциальное приближение схемы $v_t + av_x = 0$ с точностью до членов порядка $O(\tau^3 + h^3)$.

2. С каким порядком аппроксимирует уравнение переноса на гладких решениях разностная схема из первой задачи.

3. Исследовать устойчивость по начальным данным разностной схемы из первой задачи.

4. Доказать неравенство $\|v\| \leq \frac{\sqrt{X}}{2} \|v_x\|_{L_{2,h}}$, где $v_0 = v_M = 0$ и $hM=X$.

5. Для разностной схемы $v_t + \sigma v_x + (1 - \sigma)v_x = 0$ доказать, что при $\sigma \leq \frac{1}{2} - \frac{h}{2\tau}$

$$\|v_x\|^2 + \tau(v_{i,M})^2 \leq \|v_x\|^2 + \tau(v_{i,0})^2.$$

Вопросы и задачи к экзамену.

1. Запись чисел в ЭВМ. Параметры машинной арифметики. Абсолютная и относительная погрешности.
2. Постановка задачи интерполирования. Интерполяционный многочлен Лагранжа, оценка остаточного члена.
3. Многочлены Чебышева и их свойства.
4. Минимизация погрешности остаточного члена интерполяционной формулы.
5. Разделенные разности и их свойства.
6. Интерполяционный многочлен с разделенными разностями.
7. Численное дифференцирование. Примеры построения формул численного дифференцирования.
8. Вычислительная погрешность формул численного дифференцирования. Правило Рунге практической оценки формул численного дифференцирования.
9. Квадратурные формулы Ньютона-Котеса. Оценка погрешности простейших квадратурных формул.
10. Понятие об ортогональных многочленах. Квадратуры Гаусса и оценка их погрешности.
11. Составные квадратурные формулы. Оценка главного члена погрешности.
12. Правило Рунге практической оценки погрешности численного интегрирования. Алгоритмы с автоматическим выбором шага.
13. Теорема Чебышева. Единственность многочлена наилучшего равномерного приближения. Примеры наилучшего равномерного приближения.
14. Дискретное преобразование Фурье. Быстрое преобразование Фурье.
15. Интерполяция и приближение сплайнами.
16. Нормы векторов и матриц. Подчиненные и согласованные нормы.
17. LU-разложение симметричных и несимметричных матриц.
18. QR-разложение матриц методами отражений и вращений. Приведение матриц к почти треугольной форме ортогональными преобразованиями подобия.
19. Решение систем линейных алгебраических уравнений и обращение матриц на основе LU-, QR-разложения. Метод прогонки.

20. Число обусловленности матриц. Оценка относительной ошибки в решении системы линейных алгебраических уравнений вследствие возмущения в матрице и правой части системы.
21. Сингулярное разложение матриц. Решение переопределенных систем линейных алгебраических уравнений.
22. Метод наименьших квадратов. Нормальные системы. Псевдообратные матрицы. Оценка относительной ошибки решения нормальных систем.
23. Применение сингулярного разложения для решения линейной задачи наименьших квадратов. Выравнивание данных методом наименьших квадратов.
24. Метод простой итерации решения систем линейных алгебраических уравнений. Необходимые и достаточные условия сходимости.
25. Оптимизация скорости сходимости метода простой итерации для симметричных положительно определенных матриц.
26. Оптимальный n -шаговый итерационный процесс для систем с симметричными положительно определенными матрицами.
27. Метод скорейшего спуска решения систем линейных алгебраических уравнений.
28. Метод Зейделя решения линейных систем. Достаточное условие сходимости.
29. Сходимость неявных итерационных методов. Метод верхней релаксации.
30. Итерационные методы со спектрально эквивалентными операторами.
31. Численные методы решения нелинейных уравнений. Метод простой итерации. Метод касательных. Вычисление кратных корней.
32. Численные методы решения систем нелинейных уравнений. Метод Ньютона.
33. Метод Эйлера решения задачи Коши для ОДУ. Локальная и глобальная погрешность метода.
34. Явные методы Рунге-Кутты решения задачи Коши для ОДУ. Примеры.
35. Практические способы оценки погрешности явных методов Рунге-Кутты решения задачи Коши для ОДУ. Способы автоматического выбора шага.
36. Устойчивость численного решения ОДУ. Условная устойчивость явных методов Рунге-Кутты. Простейшие неявные методы. Понятие жестких систем ОДУ.
37. Экстраполяционные и интерполяционные методы Адамса.
38. Оценка погрешности простейшего метода решения краевой задачи для дифференциального уравнения второго порядка.
39. Метод стрельбы и метод прогонки решения краевой задачи для ОДУ второго порядка.
40. Решение линейной краевой задачи для системы ОДУ.
41. Метод Ритца решения краевой задачи для дифференциального уравнения второго порядка и его вариационно-разностный вариант.
42. Метод Бубнова-Галеркина решения краевой задачи для дифференциального уравнения второго порядка и его вариационно-разностный вариант.
43. Простейшие разностные схемы для уравнений с частными производными. Определения аппроксимации, устойчивости, сходимости. Теорема Филиппова о связи аппроксимации, устойчивости и сходимости.
44. Спектральный признак устойчивости. Примеры его применения для исследования разностных методов задачи Коши для гиперболического уравнения и явной и неявной разностной аппроксимации уравнения теплопроводности.
45. Исследование устойчивости явной и неявной разностной аппроксимации уравнения теплопроводности в равномерной метрике.
46. Оценка устойчивости разностной аппроксимации уравнения Пуассона.
47. Собственные функции дискретного оператора Лапласа.
48. Численный метод решения задачи Дирихле для уравнения Пуассона в прямоугольнике с использованием быстрого преобразования Фурье.
49. Построение разностной схемы четвертого порядка точности для решения задачи Дирихле для уравнения Пуассона в прямоугольнике. Итерационный метод решения.

IX. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины:

А. основная литература:

1. Бахвалов Н.С., Жидков Н.П., Кобельков Г.М. Численные методы. М.: Лаборатория Базовых Знаний, 2000.
2. Арушанян И.О., Корнев А.А., Чижонков Е.В. Задачи и упражнения по курсу «Численные методы». М.: Изд-во центра прикладных исследований при механико-математическом ф-те МГУ, 2006 г.

Б. Дополнительная литература:

3. Арушанян И. О. Численное решение интегральных уравнений методом квадратур. — Изд-во Моск. ун-та Москва, 2002. — С. 71.
4. Арушанян И. О. Безусловная минимизация функций многих переменных. — Изд-во Моск. ун-та Москва, 2002. — С. 56.
5. Арушанян И., Чижонков Е. Материалы семинарских занятий по курсу Методы вычислений. Второе издание, дополненное. — Изд-во Моск. ун-та Москва, 1999. — С. 96.
6. К.Ю.Богачев Практикум на ЭВМ. Методы решения линейных систем и нахождения собственных значений. М.: Изд-во центра прикладных исследований при механико-математическом ф-те МГУ, 1998.
7. Васильев Ф.П. Численные методы решения экстремальных задач. М.: Наука, 1987.

В. Программное обеспечение и Интернет-ресурсы:

Ссылки на электронные учебники и др. материалы

Арушанян И.О. Безусловная минимизация функций многих переменных. Учебное пособие. Издание третье. Дополненное, 2013,
место издания http://num-anal.srcc.msu.ru/meth_mat/prac_mfn/page_24.htm

Арушанян И.О. Приближенное вычисление интегралов. Учебное пособие, 2012,
место издания http://num-anal.srcc.msu.ru/meth_mat/prac_pqu/page_28.htm

Арушанян И.О. Численное решение интегральных уравнений методом квадратур Учебное пособие. Издание третье. Дополненное, 2012,
место издания http://num-anal.srcc.msu.ru/meth_mat/prac_qdf/page_27.htm

X. Материально-техническое обеспечение дисциплины:

А. Помещения:

- аудитория

Б. Оборудование:

- доска в аудитории для лекций и семинаров;

Для проведения занятий по дисциплине «Численные методы» предоставляется класс, оборудованный доской и с возможностью подключения проектора.

Автор _____ Арушанян И.О.

Программа утверждена на заседании кафедры,
протокол № __16__ от __15 мая_2013г.

Заведующий кафедрой