

**Программа утверждена на заседании кафедры вычислительной математики
Протокол № 1 от 7 сентября 2015 г.**

Рабочая программа дисциплины (модуля)

1. Код и наименование дисциплины (модуля): **Прикладные задачи оптимального управления и численные методы их решения.**
2. Уровень высшего образования – специалитет.
3. Направление подготовки: 01.05.01 Фундаментальная математика и механика. Специализация: Фундаментальная математика.
4. Место дисциплины (модуля) в структуре ООП: вариативная часть ООП. Является специальной дисциплиной (спецкурсом) для студентов 3-6 годов обучения, специализирующихся в данной научной области или смежной научной области, спецкурсом по выбору студента. Освоение дисциплины необходимо для последующего изучения дисциплин образовательной программы: курсовая работа, научно-исследовательская практика, преддипломная практика, выпускная квалификационная работа.
5. Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями выпускников)

Формируемые компетенции (код компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю)
<i>УК-1 УК-4</i>	<i>З1 (УК-1) ЗНАТЬ:</i> методы критического анализа и оценки современных научных достижений, а также методы генерирования новых идей при решении исследовательских и практических задач, в том числе в междисциплинарных областях <i>У1 (УК-1) УМЕТЬ:</i> анализировать альтернативные варианты

	<p>решения исследовательских и практических задач и оценивать потенциальные выигрыши/проигрыши реализации этих вариантов</p> <p>У2 (УК-1) УМЕТЬ: при решении исследовательских и практических задач генерировать новые идеи, поддающиеся операционализации исходя из наличных ресурсов и ограничений</p> <p>З1 (УК-4) знать методы и технологии научной коммуникации на государственном и иностранном языках</p>
<i>ОПК-1</i>	<p>В2 (ОПК-1) владеть навыками решения теоретических и практических задач при помощи современных программных средств</p>
<i>ПК-6</i>	<p>В1 (ПК-6) ВЛАДЕТЬ: навыками решения новых теоретических и практических задач в области численных методов, возникающих в науке на современном этапе ее развития.</p> <p>В2 (ПК-6) ВЛАДЕТЬ: навыками программирования на языке высокого уровня типа Си, в том числе на многопроцессорной технике.</p> <p>У1 (ПК-6) УМЕТЬ: использовать результаты математической теории оптимизации и совершенствовать их с целью применения в своих исследованиях.</p> <p>З1 (ПК-6) ЗНАТЬ: методы функционального анализа, используемые при обосновании решений оптимизационных задач и численных методов их решения</p>

6. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества академических или астрономических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся:

Объем дисциплины (модуля) составляет 5зачетных единицы, всего 180 часов, из которых 70 часов составляет контактная работа студента с преподавателем (62 часа занятия лекционного типа, 8 часов мероприятия текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации), 110 часов составляет самостоятельная работа студента.

7. Входные требования для освоения дисциплины (модуля), предварительные условия.

Для того чтобы изучение дисциплины было возможно, обучающийся должен

- 1) освоить следующие дисциплины образовательной программы: функциональный анализ, дифференциальные уравнения, оптимальное управление, теоретическая механика, численные методы
- 2) обладать следующими компетенциями:

Знать: основные направления, проблемы, теории и методы современной математики и теоретической механики.

Уметь: решать стандартные задачи теоретической механики, оптимального управления, численных методов, и применять идеи, использованные в их решениях, для решения аналогичных задач; программировать решение простейших вычислительных задач.

Владеть: основными понятиями и теоремами из перечисленных разделов, навыками программирования.

8. Формат обучения.

Очная форма обучения, лекционные занятия.

9. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам* (Перечень тем см. Приложения).

Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины (модуля), форма промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)	Всего (часы)	В том числе								
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы из них						Самостоятельная работа обучающегося, часы из них		
		Занятия лекции	Занятия семина	Групповые консул	Индивидуальные	Учебные занятия, направленные на проведение	Всего	Выполнение домашних	Подготовка рефера	Всего
Тема 1	4	2					2	2		2

Тема 2	4	2					2	2		2
Тема 3	4	2					2	2		2
Тема 4	4	2					2	2		2
Тема 5	4	2					2	2		2
Тема 6	4	2					2	2		2
Тема 7	4	2					2	2		2
Тема 8	4	2					2	2		2
Текущий контроль успеваемости	10					2	2	8		8
Тема 9	4	2					2	2		2
Тема 10	4	2					2	2		2
Тема 11	4	2					2	2		2
Тема 12	4	2					2	2		2
Тема 13	4	2					2	2		2
Тема 14	4	2					2	2		2
Тема 15	4	2					2	2		2
Тема 16	4	2					2	2		2
Текущий контроль успеваемости	10					2	2	8		8

Тема 17	4	2					2	2		2
Тема 18	4	2					2	2		2
Тема 19	4	2					2	2		2
Тема 20	4	2					2	2		2
Тема 21	4	2					2	2		2
Тема 22	4	2					2	2		2
Тема 23	4	2					2	2		2
Тема 24	4	2					2	2		2
Текущий контроль успеваемости	10					2	2	8		8
Тема 25	4	2					2	2		2
Тема 26	4	2					2	2		2
Тема 27	4	2					2	2		2
Тема 28	4	2					2	2		2
Тема 29	4	2					2	2		2
Тема 30	4	2					2	2		2
Тема 31	4	2					2	2		2

Тема 32	2						0	2		2
Промежуточная аттестация <i>экзамен</i>	24					2	2	22		22
Итого	180	62				8	70	110		110

10. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы студентов по дисциплине (модулю):

Конспекты лекций, списки задач к лекциям, основная и дополнительная учебная литература.

11. Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине (модулю).

- Перечень компетенций:
- Описание шкал оценивания:
экзамен с оценкой по пятибалльной шкале
- Критерии и процедуры оценивания результатов обучения по дисциплине (модулю), характеризующих этапы формирования компетенций.
- Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения, характеризующих этапы формирования компетенций. См. Приложения.

12. Ресурсное обеспечение:

Перечень основной учебной литературы: см. Приложение

Перечень дополнительной учебной литературы: см. Приложения

Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»: см. Приложения.

Описание материально-технической базы: аудитории для проведения лекционных занятий.

13. Язык преподавания: русский.

ПРИЛОЖЕНИЕ

1. Прикладные задачи оптимального управления и численные методы их решения
2. Преподаватель — доц. Григорьев И.С., доц. Заплетин М.П.
3. Аннотация курса: применение принципа максимума Л.С.Понтрягина к решению задач оптимального управления механики космического полета.
4. Тематическое содержание курса

Тема 1	Задачи оптимизации. Прямые и непрямые методы решения задач оптимизации. Оптимизация без ограничений. Примеры.
Тема 2	Оптимизация с ограничениями. Задача математического программирования. Принцип Лагранжа. Примеры.
Тема 3	Задача Лагранжа и задача оптимального управления. Основные понятия. Примеры.
Тема 4	Формулировка принципа максимума Понтрягина.
Тема 5	Примеры применения принципа максимума Понтрягина к решению задач.
Тема 6	Производные по Фреше. Примеры. Необходимые условия минимума. Примеры.
Тема 7	Необходимые условия оптимальности в гладких задачах как условия обращения в ноль производной по Фреше от функции Лагранжа.
Тема 8	Краевая задача принципа максимума. Совпадение числа неизвестных краевой задачи и условий для их определения. Примеры.

Тема 9	Метод стрельбы решения краевой задачи принципа максимума. Примеры.
Тема 10	Метод Ньютона численного решения нелинейных уравнений. Модификация Исаева-Сони́на. Нормировка Федоренко. Метод продолжения решения по параметру.
Тема 11	Численное дифференцирование - основные подходы и их программирование.
Тема 12	Численное решение систем линейных алгебраических уравнений. Число обусловленности. Повторный пересчет. Особенности программирования.
Тема 13	Численное решение задач Коши для систем обыкновенных дифференциальных уравнений. Методы Рунге-Кутты. Главный член погрешности. Горизонтальная процедура автоматического выбора шага. Особенности программирования.
Тема 14	Многозначные методы. Смена шага и порядка.
Тема 15	Метод стрельбы как метод декомпозиции. Вычислительная схема метода стрельбы. Примеры.
Тема 16	Краевая задача как нелинейное уравнение.
Тема 17	Особенности реализации метода стрельбы при решении краевых задач принципа максимума. Условие оптимальности - учет точек переключения.
Тема 18	Оптимизация временного интервала. Выбор условия остановки счета.
Тема 19	Контроль погрешности решения задачи Коши и краевой задачи.
Тема 20	Метод Крылова-Черноу́сько.
Тема 21	Аномальный случай. Примеры.
Тема 22	Особые управления. Примеры.

Тема 23	Задачи оптимального управления с промежуточными и фазовыми ограничениями. Примеры.
Тема 24	Задача оптимального управления совокупностью управляемых систем и принцип максимума Понтрягина для нее.
Тема 25	Основная проблема численного решения задач оптимального управления на основе принципа максимума - проблема совместного выбора эффективной вычислительной схемы и хорошего начального приближения.
Тема 26	Задача оптимизации траектории управляемого перелета центра масс КА.
Тема 27	Импульсная постановка. Примеры формализации задач оптимизации перелета КА в импульсной постановке.
Тема 28	Принцип Лагранжа для задачи оптимизации в импульсной постановке.
Тема 29	Использование решения задачи в импульсной постановке в качестве начального приближения для решения задачи оптимизации перелета КА с двигателем ограниченной тяги (литературный обзор).
Тема 30	Переход от решения краевой задачи в импульсной постановке к решению краевой задачи принципа максимума.
Тема 31	Использование метода продолжения решения по параметру при последовательном уточнении постановки задачи.
Тема 32	Примеры.

5. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения, характеризующих этапы формирования компетенций.

Вопросы к экзамену.

1. Принцип Лагранжа для задачи математического программирования. Примеры.
2. Принцип максимума Понтрягина. Пример.
3. Метод стрельбы. Пример применения.
4. Метод Ньютона решения системы нелинейных уравнений. Модификация Исаева-Сонина. Нормировка Федоренко.
5. Решение систем линейных алгебраических уравнений. Повторный пересчет.
6. Методы Рунге-Кутты. Главный член погрешности. Горизонтальная процедура автоматического выбора шага.

7. Многозначные методы. Смена шага и порядка.
8. Практические способы оценки погрешности решения задачи Коши.
9. Метод Крылова-Черноусько.
10. Пример задачи с режимом особого управления первого порядка. Вычислительная схема ее решения.
11. Пример задачи оптимального управления с промежуточными ограничениями. Необходимые условия оптимальности. Вычислительная схема метода стрельбы.
12. Пример задачи оптимального управления с фазовым ограничением. Необходимые условия оптимальности. Вычислительная схема метода стрельбы.
13. Пример задачи оптимизации траектории управляемого перелета центра масс КА. Необходимые условия оптимальности в ней.
14. Примеры формализации задач оптимизации перелета КА в импульсной постановке. Необходимые условия оптимальности.
15. Использование решения задачи в импульсной постановке в качестве начального приближения для решения задачи оптимизации перелета КА с двигателем ограниченной тяги.

Типичные примеры задач

1. $y \rightarrow \inf, (x^2 + [y+1]^2)(y-x^2) = 0$.
 2. Примеры задач, разобранные в [6].
 3. Задача п.5 [5].
 4. $T \rightarrow \inf, \dot{x} = u_x, \dot{y} = u_y, u_x^2 + u_y^2 \leq 1, x(0) = x_0, y(0) = y_0, x(T) = x_T, y(T) = y_T, x(\tau) = x_\tau, y(\tau) = y_\tau$.
 5. $T \rightarrow \inf, \dot{x} = u_x, \dot{y} = u_y, u_x^2 + u_y^2 \leq 1, x(0) = x_0, y(0) = y_0, x(T) = x_T, y(T) = y_T, x(t) \geq 1$.
 6. Задача оптимизации перелета КА между круговыми орбитами в центральном ньютоновском поле. Поский и пространственный случаи.
 7. Задача оптимизации перелета КА между круговыми орбитами в импульсной постановке. Поский и пространственный случаи.
 8. Задача оптимизации траектории облета космическим аппаратом Луны с возвращением к Земле.
6. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»:

Литература

1. Александров В.В., Бахвалов Н.С., Григорьев К.Г. и др. Практикум по численным методам в задачах оптимального управления. М.: Изд-во Московского гос. ун-та, 1988.
2. Алексеев В.М., Тихомиров В.М., Фомин С.В. Оптимальное управление. М.: Наука, 1979.

3. Бабенко К.И. Основы численного анализа. М.: Наука, 1986.
4. Бахвалов Н.С., Жидков Н.П., Кобельков Г.М. Численные методы. М.: Наука, 1987.
5. Григорьев И.С. Методическое пособие по численным методам решения краевых задач принципа максимума в задачах оптимального управления. М.: Издательство Центра прикладных исследований при механико-математическом факультете МГУ, 2005.
6. Григорьев И.С., Григорьев К.Г., Заплетин М.П. Практикум по численным методам в задачах оптимального управления. Дополнение I. М.: Издательство Центра прикладных исследований при механико-математическом факультете МГУ, 2007.
7. Исаев В.К., Сонин В.В. Об одной модификации метода Ньютона численного решения краевых задач // ЖВМ и МФ 1963. Т.3. №6. С.1114-1116.
8. Исаев В.К., Сонин В.В. Вычислительные аспекты задачи об оптимальном перелете как краевой задачи // ЖВМ и МФ 1965. Т.5. №2. С.252-261.
9. Каханер Д., Моулер К., Неш С. Численные методы и программное обеспечение. Пер. с англ. М.: Мир, 1998.
10. Мак-Кракен Д., Дорн У. Численные методы и программирование на ФОРТРАНе. Пер. с англ. М.: Мир, 1977.
11. Понтрягин Л.С., Болтянский В.Г., Гамкрелидзе Р.В., Мищенко Е.Ф. Математическая теория оптимальных процессов. М.: Наука, 1969.
12. Федоренко Р.П. Приближенное решение задач оптимального управления. М.: Наука, 1978.

Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»: www.mathnet.ru

**Приложение утверждено на заседании кафедры математического анализа
Протокол № 1 от 7 сентября 2015 г.**