

**Программа утверждена на заседании кафедры вычислительной математики  
Протокол № 4 от 27 ноября 2014 г.**

**Рабочая программа дисциплины (модуля)**

1. Код и наименование дисциплины (модуля): Численные методы в задачах оптимального управления II.
2. Уровень высшего образования – подготовка научно-педагогических кадров в аспирантуре.
3. Направление подготовки:  
02.06.01 Компьютерные и информационные науки. Направленность программы: Вычислительная математика (научная специальность 01.01.07)  
01.06.01 Математика и механика. Направленность программы: Математическая кибернетика (научная специальность 01.01.09).
4. Место дисциплины (модуля) в структуре ООП: вариативная часть ООП, элективный курс по выбору аспиранта.
5. Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями выпускников)

<b>Формируемые компетенции (код компетенции)</b>	<b>Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю)</b>
<i>УК-1 УК-4</i>	<i>З1 (УК-1) ЗНАТЬ:</i> методы критического анализа и оценки современных научных достижений, а также методы генерирования новых идей при решении исследовательских и практических задач, в том числе в междисциплинарных областях <i>У1 (УК-1) УМЕТЬ:</i> анализировать альтернативные варианты

	<p>решения исследовательских и практических задач и оценивать потенциальные выигрыши/проигрыши реализации этих вариантов</p> <p>У2 (УК-1) УМЕТЬ:</p> <p>при решении исследовательских и практических задач генерировать новые идеи, поддающиеся операционализации исходя из наличных ресурсов и ограничений</p> <p>З1 (УК-4) знать методы и технологии научной коммуникации на государственном и иностранном языках</p>
<i>ОПК-1</i>	<p>В2 (ОПК-1) владеть навыками решения теоретических и практических задач при помощи современных программных средств</p>
<i>ПК-1</i>	<p>В1 (ПК-1) ВЛАДЕТЬ:</p> <p>навыками решения новых теоретических и практических задач в области численных методов, возникающих в науке на современном этапе ее развития.</p> <p>В2 (ПК-1) ВЛАДЕТЬ:</p> <p>навыками программирования на языке высокого уровня типа Си, в том числе на многопроцессорной технике.</p> <p>У1 (ПК-1) УМЕТЬ:</p> <p>использовать результаты математической теории оптимизации и совершенствовать их с целью применения в своих исследованиях.</p> <p>З1 (ПК-1) ЗНАТЬ:</p> <p>методы функционального анализа, используемые при обосновании решений оптимизационных задач и численных методов их решения</p>

--	--

6. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества академических или астрономических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся:

*Объем дисциплины (модуля) составляет 2 зачетные единицы, всего 72 часа, из которых 44 часа составляет контактная работа аспиранта с преподавателем (34 часов занятия лекционного типа, 2 часов занятия семинарского типа (семинары, научно-практические занятия, лабораторные работы и т.п.), 8 часов мероприятия промежуточной аттестации), 28 часов составляет самостоятельная работа аспиранта.*

7. Входные требования для освоения дисциплины (модуля), предварительные условия.

Для того чтобы формирование данной компетенции было возможно, обучающийся, приступивший к освоению программы аспирантуры, должен

Знать: основные направления, проблемы и методы современной теории оптимального управления.

Уметь: решать стандартные задачи оптимизации, оптимального управления.

Владеть: навыками численного решения задач Коши для систем обыкновенных дифференциальных уравнений, систем нелинейных алгебраических уравнений, систем линейных алгебраических уравнений.

8. Формат обучения: спецкурс по выбору аспиранта

9. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических или астрономических часов и виды учебных занятий (в скобках указаны номера тем с учетом предыдущей части специального курса).

Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины (модуля), форма промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)	Всего (часы)	В том числе								
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы из них					Самостоятельная работа обучающегося, часы из них			
		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа	Групповые консультации	Индивидуальные консультации	Учебные занятия, направленные на проведение текущего контроля успеваемости, коллоквиумы, практические контрольные занятия и др)*	Всего	Выполнение домашних заданий	Подготовка рефератов и т.п..	Всего
Тема 1(3): Численные методы принципа максимума (Постановка задачи оптимального	48	20	2				26	10	12	22

управлени, принцип максимума. Принцип Лагранжа для задачи оптимального управления. Краевая задача принципа максимума. Метод стрельбы (пристрелки). Метод Черноушко-Крылова.)										
Тема 2(4): Динамическое программирование (Схема Беллмана. Дифференциальное уравнение Беллмана. Проблема синтеза. Схема Моисеева. Схема Кротова.)	24	14					16	6		6
Промежуточная аттестация: экзамен	8						8			
<b>Итого</b>	<b>72</b>	<b>34</b>	<b>2</b>				<b>44</b>	<b>16</b>	<b>12</b>	<b>28</b>

10. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы аспирантов по дисциплине (модулю).  
Списка литературы, см. 12.

11. Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине (модулю).

- Перечень компетенций: УК-1, УК-4, ОПК-1, ПК-1

- Описание шкал оценивания : экзамен с *оценкой по пятибалльной шкале*.
- Критерии и процедуры оценивания результатов обучения по дисциплине (модулю), характеризующих этапы формирования компетенций.

РЕЗУЛЬТАТ ОБУЧЕНИЯ по дисциплине (модулю)	КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ РЕЗУЛЬТАТА ОБУЧЕНИЯ по дисциплине (модулю) и ШКАЛА оценивания <i>(критерии берутся из соответствующих карт компетенций, шкала оценивания (4 или более шагов) устанавливается в зависимости от того, какая система оценивания (традиционная или балльно-рейтинговая) применяется организацией)</i>					ПРОЦЕДУРЫ ОЦЕНИВАНИЯ*
	Отсутствие знаний	Фрагментарные знания методов критического анализа и оценки современных научных достижений, а также методов генерирования новых идей при решении исследовательских и практических задач	Общие, но не структурированные знания методов критического анализа и оценки современных научных достижений, а также методов генерирования новых идей при решении исследовательских и практических задач	Сформированные, но содержащие отдельные пробелы знания основных методов критического анализа и оценки современных научных достижений, а также методов генерирования новых идей при решении исследовательских и практических задач, в том числе междисциплинарных	Сформированные систематические знания методов критического анализа и оценки современных научных достижений, а также методов генерирования новых идей при решении исследовательских и практических задач, в том числе междисциплинарных	
З1(УК-1)	Отсутствие знаний	Фрагментарные знания методов критического анализа и оценки современных научных достижений, а также методов генерирования новых идей при решении исследовательских и практических задач	Общие, но не структурированные знания методов критического анализа и оценки современных научных достижений, а также методов генерирования новых идей при решении исследовательских и практических задач	Сформированные, но содержащие отдельные пробелы знания основных методов критического анализа и оценки современных научных достижений, а также методов генерирования новых идей при решении исследовательских и практических задач, в том числе междисциплинарных	Сформированные систематические знания методов критического анализа и оценки современных научных достижений, а также методов генерирования новых идей при решении исследовательских и практических задач, в том числе междисциплинарных	оценка реферативного отчета на экзамене в форме индивидуального собеседования
У1 (УК-1)	Отсутствие	Частично	В целом успешно,	В целом успешно,	Сформированное	оценка реферативного

	умений	освоенное умение анализировать альтернативные варианты решения исследовательских и практических задач и оценивать потенциальные выигрыши/проигрыши реализации этих вариантов	но не систематически осуществляемые анализ альтернативных вариантов решения исследовательских и практических задач и оценка потенциальных выигрышей/проигрышей реализации этих вариантов	но содержащие отдельные пробелы анализ альтернативных вариантов решения исследовательских задач и оценка потенциальных выигрышей/проигрышей реализации этих вариантов	умение анализировать альтернативные варианты решения исследовательских и практических задач и оценивать потенциальные выигрыши/проигрыши и реализации этих вариантов	отчета на экзамене в форме индивидуального собеседования
У2 (УК-1)	Отсутствие умений	Частично освоенное умение при решении исследовательских и практических задач генерировать идеи, поддающиеся операционализации и исходя из наличных ресурсов и ограничений	В целом успешное, но не систематически осуществляемое умение при решении исследовательских и практических задач генерировать идеи, поддающиеся операционализации исходя из наличных ресурсов и ограничений	В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы умение при решении исследовательских и практических задач генерировать идеи, поддающиеся операционализации исходя из наличных ресурсов и ограничений	Сформированное умение при решении исследовательских и практических задач генерировать идеи, поддающиеся операционализации исходя из наличных ресурсов и ограничений	оценка реферативного отчета на экзамене в форме индивидуального собеседования
З1(УК-4)	Отсутствие знаний	Фрагментарные знания методов и технологий научной коммуникации на	Неполные знания методов и технологий научной коммуникации на	Сформированные, но содержащие отдельные пробелы знания методов и технологий научной	Сформированные и систематические знания методов и технологий научной коммуникации на	Отчет по заданию (проекту), реализуемому в процессе обучения

		государственном и иностранном языках	государственном и иностранном языках	коммуникации на государственном и иностранном языках	государственном и иностранном языках	
В2 (ОПК-1)	Отсутствие навыков	Фрагментарное применение навыков построения и анализа математических моделей, решения задач при помощи современных программных средств	В целом успешное, но не систематическое применение навыков построения и анализа математических моделей, решения задач при помощи современных программных средств	В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы применение навыков построения и анализа математических моделей, решения задач при помощи современных программных средств	Успешное и систематическое применение навыков построения и анализа математических моделей, решения задач при помощи современных программных средств	оценка реферативного отчета на экзамене в форме индивидуального собеседования
31 (ПК-6)	Не имеет базовых знаний	Допускает существенные ошибки	Демонстрирует частичные знания	Демонстрирует знания с небольшими пробелами	Раскрывает полное содержание требуемых разделов качественной теории оптимизации и численных методов оптимизации.	экзамен в форме индивидуального собеседования
У1 (ПК-6)	Не умеет и не готов формулировать базовые определения и постановки	Имея базовые представления о предмете, не готов формулировать задачи и выбирать методы их решения.	Не учитывает специфики и современного состояния предмета	Не вполне готов выбирать методы анализа и интерпретировать результаты	Умеет теоретически и численно решать задачи оптимизации, формировать вычислительные алгоритмы	письменное решение задач

	задач					
V1 (ПК-6)	Не владеет методами и навыками.	Владеет отдельными приемами	Владеет приемами и навыками решения основных стандартных задач	Владеет методами и навыками, но не готов оценивать значимость конкретных задач в современной науке.	Успешное и систематическое применение навыков решения задач вычислительной оптимизации, возникающих в науке на современном этапе ее развития.	Отчет по заданию (проекту), реализуемому в процессе обучения
V2 (ПК-6)	Не владеет методами и навыками программирования.	Способность реализовать отдельные методы вычислительной математики.	Владеет приемами и навыками решения и реализации основных стандартных задач и методов вычислительной математики	В целом успешная реализация взаимосвязанных методов, совместно решающих поставленную задачу на каком-либо языке высокого уровня	Полностью владеет современными технологиями реализации численных методов решения задач оптимизации, приемами создания программных комплексов; способами эффективной обработки результатов численных экспериментов.	Отчет по заданию (проекту), реализуемому в процессе обучения

- Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения, характеризующих этапы формирования компетенций.

Контрольные вопросы и задания по обязательной и вариативной частям дисциплины для промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины

Теоретическая часть

1. Постановка задачи оптимального управления, принцип максимума.
2. Принцип Лагранжа для задачи оптимального управления.
3. Краевая задача принципа максимума.
4. Метод стрельбы (пристрелки).
5. Метод Черноусько-Крылова.
6. Схема Беллмана.
7. Схема Моисеева.
8. Дифференциальное уравнение Беллмана. Проблема синтеза.
9. Схема Кротова.

При сдаче экзамена обсуждается и оценивается отчет по заданию (проекту), выполненному в процессе обучения.

Задание: на основе принципа максимума задачу оптимального управления свести к краевой задаче. Проанализировать особенности решаемой задачи, с их учетом сформировать вычислительную схему метода стрельбы и решить ее численно. Метод решения реализовать в виде программы. Провести анализ полученных результатов. По результатам решения составить отчет, включающий следующие обязательные пункты: постановка задачи, используемый метод решения, учет особенностей решаемой задачи, полученные результаты и их анализ (включая анализ точности и, по-возможности, оптимальности построенного решения). Задание выбирается из списка заданий в [9], [10], [11].

#### Образцы билетов

Билет 1. Принцип максимума. Сформировать вычислительную схему метода стрельбы для решения задачи:

$$\int_0^1 (\dot{x})^2 + 4x \, dt \rightarrow \inf, -1 \leq \dot{x} \leq 0, x(0)=0, x(1)+0.75 \leq 0.$$

Билет 2. Схема Моисеева. Продемонстрировать использование на любом примере.

- Методические материалы, определяющие процедуры оценивания результатов обучения: листки с определениями и задачами для самостоятельного решения.

Сформировать вычислительную схему метода стрельбы для решения задач:

а)  $\int_0^T \dot{x}^2(t) \, dt \rightarrow \inf, x(0)=0, T+x(T)+1=0, T>0;$

б)  $\int_0^1 (u^2(t)-2x(t)) \, dt \rightarrow \inf, \dot{x}(t)+x(t)=u(t), u(t) \in \mathbb{R} \, \forall t \in [0,1], x(0)=1, x(1)+1/e=1+e;$

в)  $\int_0^1 x(t) \, dt \rightarrow \sup, -6t \leq \ddot{x}(t) \leq 1 \, \forall t \in [0,1], x(0)=x(1)=0.$

Для задачи быстрогодействия

$T \rightarrow \infty, \dot{x} = f(t, x, u) \in [0, T], x(0) = x_0, x(T) = x_T$   
написать уравнение Беллмана.

Для задачи  $\int_0^T u^2 - x^2 dt \rightarrow \inf, \dot{x} = u, x(0) = 0, x(T) = 0$   
проверить выполнение условий принципа Кротова на тождественно нулевой экстремали.  
Указание: функцию Кротова искать в виде  $K(t, x) = f(t) x^2$ .

## 12. Ресурсное обеспечение:

- Перечень основной и дополнительной учебной литературы:

1. Алексеев В.М., Тихомиров В.М., Фомин С.В. Оптимальное управление. М.: Наука, 1979.
2. Галеев Э.М., Тихомиров В.М. Оптимизация. Теория. Примеры. Задачи. М.: УРСС, 2002.
3. Бахвалов Н.С., Жидков Н.П., Кобельков Г.М. Численные методы. М.: Наука, 1987. (Лаборатория базовых знаний, 2002).
4. Моисеев Н.Н. Численные методы в теории оптимальных систем. М.: Наука, 1971.
5. Васильев Ф.П. Методы оптимизации. М.: Факториал Пресс 2002.
6. Черноусько Ф.Л., Баничук Н.В. Вариационные задачи механики и управления. М.: Наука, 1973.
7. Федоренко Р.П. Приближенные решения задач оптимального управления. М.: Наука, 1978.
8. Федоренко Р.П. Введение в вычислительную физику. М.: МФТИ, 1994.
9. Александров В.В., Бахвалов Н.С. и др. Практикум по численным методам в задачах оптимального управления. М.: МГУ, 1988.
10. Григорьев И.С. Методическое пособие по численным методам решения краевых задач принципа максимума в задачах оптимального управления. М.: Издательство Центра прикладных исследований при механико-математическом факультете МГУ, 2005.
11. Григорьев И.С., Григорьев К.Г., Заплетин М.П. Практикум по численным методам в задачах оптимального управления. Дополнение I. М.: Издательство Центра прикладных исследований при механико-математическом факультете МГУ, 2007.

- Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»
- Перечень используемых информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса, включая программное обеспечение, информационные справочные системы (при необходимости): свободное программное обеспечение (компиляторы C/C++ или FORTRAN, gnuplot, издательская система LaTeX).
- Описание материально-технической базы: аудиторный фонд механико-математического факультета.

13. Язык преподавания.  
русский

14. Преподаватель (преподаватели).  
доцент Григорьев Илья Сергеевич, доцент Заплетин Максим Петрович

Заведующий кафедрой  
Вычислительной математики  
профессор, д.ф.-м.н.

/Кобельков Г.М./