

**Программа утверждена на заседании кафедры вычислительной математики
Протокол № 4 от 27 ноября 2014 г.**

Рабочая программа дисциплины (модуля)

1. Код и наименование дисциплины (модуля): Численные методы в задачах оптимального управления I.
2. Уровень высшего образования – подготовка научно-педагогических кадров в аспирантуре.
3. Направление подготовки:
02.06.01 Компьютерные и информационные науки. Направленность программы: Вычислительная математика (научная специальность 01.01.07)
01.06.01 Математика и механика. Направленность программы: Математическая кибернетика (научная специальность 01.01.09).
4. Место дисциплины (модуля) в структуре ООП: вариативная часть ООП, элективный курс по выбору аспиранта.
5. Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями выпускников)

Формируемые компетенции (код компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю)
<i>УК-1 УК-4</i>	<i>З1 (УК-1) ЗНАТЬ:</i> методы критического анализа и оценки современных научных достижений, а также методы генерирования новых идей при решении исследовательских и практических задач, в том числе в междисциплинарных областях <i>У1 (УК-1) УМЕТЬ:</i> анализировать альтернативные варианты решения исследовательских и практических

	<p>задач и оценивать потенциальные выигрыши/проигрыши реализации этих вариантов</p> <p>У2 (УК-1) УМЕТЬ: при решении исследовательских и практических задач генерировать новые идеи, поддающиеся операционализации исходя из наличных ресурсов и ограничений</p> <p>З1 (УК-4) знать методы и технологии научной коммуникации на государственном и иностранном языках</p>
<i>ОПК-1</i>	<p>В2 (ОПК-1) владеть навыками решения теоретических и практических задач при помощи современных программных средств</p>
<i>ПК-1</i>	<p>В1 (ПК-1) ВЛАДЕТЬ: навыками решения новых теоретических и практических задач в области численных методов, возникающих в науке на современном этапе ее развития.</p> <p>В2 (ПК-1) ВЛАДЕТЬ: навыками программирования на языке высокого уровня типа Си, в том числе на многопроцессорной технике.</p> <p>У1 (ПК-1) УМЕТЬ: использовать результаты математической теории оптимизации и совершенствовать их с целью применения в своих исследованиях.</p> <p>З1 (ПК-1) ЗНАТЬ: методы функционального анализа, используемые при обосновании решений оптимизационных задач и численных методов их решения</p>

6. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества академических или астрономических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся:

Объем дисциплины (модуля) составляет 2 зачетные единицы, всего 72 часа, из которых 44 часа составляет контактная работа аспиранта с преподавателем (34 часов занятия лекционного типа, 2 часов занятия семинарского типа (семинары, научно-практические занятия, лабораторные работы и т.п.), 8 часов мероприятия промежуточной аттестации), 28 часов составляет самостоятельная работа аспиранта.

7. Входные требования для освоения дисциплины (модуля), предварительные условия.

Для того чтобы формирование данной компетенции было возможно, обучающийся, приступивший к освоению программы аспирантуры, должен

Знать: основные направления, проблемы и методы современной теории оптимального управления.

Уметь: решать стандартные задачи оптимизации, оптимального управления.

Владеть: навыками численного решения задач математического программирования, систем нелинейных алгебраических уравнений, систем линейных алгебраических уравнений.

8. Формат обучения: спецкурс по выбору аспиранта

9. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических или астрономических часов и виды учебных занятий

Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины (модуля), форма промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)	Всего (часы)	В том числе								
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы из них						Самостоятельная работа обучающегося, часы из них		
		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа	Групповые консультации	Индивидуальные занятия	Учебные занятия, направленные на проведение текущего контроля успеваемости, коллоквиумы, практические контрольные занятия и др)*	Всего	Выполнение домашних заданий	Подготовка рефератов и т.п..	Всего
Тема 1: Дифференцирование функционалов, градиент.	10	4	2				6	6		6

Тема 2: Прямые методы минимизации. (Градиентный метод. Метод проекции градиента и субградиента. Метод условного градиента. Метод возможных направлений. Метод сопряженных направлений. Метод Ньютона. Метод штрафных функций. Метод случайного поиска.)	54	26	4				30	12	10	24
Промежуточная аттестация: экзамен	8						8			
Итого	72	30	6	0	0	0	44	18	10	28

10. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы аспирантов по дисциплине (модулю).
Списка литературы, см. 12.

11. Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине (модулю).

- Перечень компетенций: УК-1, УК-4, ОПК-1, ПК-1
- Описание шкал оценивания : экзамен с оценкой по пятибалльной шкале.

- Критерии и процедуры оценивания результатов обучения по дисциплине (модулю), характеризующих этапы формирования компетенций.

РЕЗУЛЬТАТ ОБУЧЕНИЯ по дисциплине (модулю)	КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ РЕЗУЛЬТАТА ОБУЧЕНИЯ по дисциплине (модулю) и ШКАЛА оценивания <i>(критерии берутся из соответствующих карт компетенций, шкала оценивания (4 или более шагов) устанавливается в зависимости от того, какая система оценивания (традиционная или балльно-рейтинговая) применяется организацией)</i>					ПРОЦЕДУРЫ ОЦЕНИВАНИЯ*
З1(УК-1)	Отсутствие знаний	Фрагментарные знания методов критического анализа и оценки современных научных достижений, а также методов генерирования новых идей при решении исследовательских и практических задач	Общие, но не структурированные знания методов критического анализа и оценки современных научных достижений, а также методов генерирования новых идей при решении исследовательских и практических задач	Сформированные, но содержащие отдельные пробелы знания основных методов критического анализа и оценки современных научных достижений, а также методов генерирования новых идей при решении исследовательских и практических задач, в том числе междисциплинарных	Сформированные систематические знания методов критического анализа и оценки современных научных достижений, а также методов генерирования новых идей при решении исследовательских и практических задач, в том числе междисциплинарных	оценка реферативного отчета на экзамене в форме индивидуального собеседования
У1 (УК-1)	Отсутствие умений	Частично освоенное умение анализировать	В целом успешно, но не систематически	В целом успешно, но содержащие отдельные пробелы	Сформированное умение анализировать	оценка реферативного отчета на экзамене в форме индивидуального

		альтернативные варианты решения исследовательских и практических задач и оценивать потенциальные выигрыши/проигрыши реализации этих вариантов	осуществляемые анализ альтернативных вариантов решения исследовательских и практических задач и оценка потенциальных выигрышей/проигрышей реализации этих вариантов	анализ альтернативных вариантов решения исследовательских задач и оценка потенциальных выигрышей/проигрышей реализации этих вариантов	альтернативные варианты решения исследовательских и практических задач и оценивать потенциальные выигрыши/проигрыши и реализации этих вариантов	собеседования
У2 (УК-1)	Отсутствие умений	Частично освоенное умение при решении исследовательских и практических задач генерировать идеи, поддающиеся операционализации и исходя из наличных ресурсов и ограничений	В целом успешное, но не систематически осуществляемое умение при решении исследовательских и практических задач генерировать идеи, поддающиеся операционализации исходя из наличных ресурсов и ограничений	В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы умение при решении исследовательских и практических задач генерировать идеи, поддающиеся операционализации исходя из наличных ресурсов и ограничений	Сформированное умение при решении исследовательских и практических задач генерировать идеи, поддающиеся операционализации исходя из наличных ресурсов и ограничений	оценка реферативного отчета на экзамене в форме индивидуального собеседования
З1(УК-4)	Отсутствие знаний	Фрагментарные знания методов и технологий научной коммуникации на государственном и иностранном	Неполные знания методов и технологий научной коммуникации на государственном и иностранном	Сформированные, но содержащие отдельные пробелы знания методов и технологий научной коммуникации на государственном и	Сформированные и систематические знания методов и технологий научной коммуникации на государственном и иностранном языках	Отчет по заданию (проекту), реализуемому в процессе обучения

		языках	языках	иностранном языках		
В2 (ОПК-1)	Отсутствие навыков	Фрагментарное применение навыков построения и анализа математических моделей, решения задач при помощи современных программных средств	В целом успешное, но не систематическое применение навыков построения и анализа математических моделей, решения задач при помощи современных программных средств	В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы применение навыков построения и анализа математических моделей, решения задач при помощи современных программных средств	Успешное и систематическое применение навыков построения и анализа математических моделей, решения задач при помощи современных программных средств	оценка реферативного отчета на экзамене в форме индивидуального собеседования
З1 (ПК-6)	Не имеет базовых знаний	Допускает существенные ошибки	Демонстрирует частичные знания	Демонстрирует знания с небольшими пробелами	Раскрывает полное содержание требуемых разделов качественной теории оптимизации и численных методов оптимизации.	экзамен в форме индивидуального собеседования
У1 (ПК-6)	Не умеет и не готов формулировать базовые определения и постановки задач	Имея базовые представления о предмете, не готов формулировать задачи и выбирать методы их решения.	Не учитывает специфики и современного состояния предмета	Не вполне готов выбирать методы анализа и интерпретировать результаты	Умеет теоретически и численно решать задачи оптимизации, формировать вычислительные алгоритмы	письменное решение задач

В1 (ПК-6)	Не владеет методами и навыками.	Владеет отдельными приемами	Владеет приемами и навыками решения основных стандартных задач	Владеет методами и навыками, но не готов оценивать значимость конкретных задач в современной науке.	Успешное и систематическое применение навыков решения задач вычислительной оптимизации, возникающих в науке на современном этапе ее развития.	Отчет по заданию (проекту), реализуемому в процессе обучения
В2 (ПК-6)	Не владеет методами и навыками программирования.	Способность реализовать отдельные методы вычислительной математики.	Владеет приемами и навыками решения и реализации основных стандартных задач и методов вычислительной математики	В целом успешная реализация взаимосвязанных методов, совместно решающих поставленную задачу на каком-либо языке высокого уровня	Полностью владеет современными технологиями реализации численных методов решения задач оптимизации, приемами создания программных комплексов; способами эффективной обработки результатов численных экспериментов.	Отчет по заданию (проекту), реализуемому в процессе обучения

- Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения, характеризующих этапы формирования компетенций.

Контрольные вопросы и задания по обязательной и вариативной частям дисциплины для промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины

Теоретическая часть

1. Градиент.

2. Градиент в задаче оптимального управления со свободным правым концом.
3. Градиент в одной дискретной задаче оптимального управления.
4. Задачи математического программирования. Градиентный метод.
5. Метод проекции градиента и субградиента.
6. Метод условного градиента.
7. Метод возможных направлений.
8. Метод сопряженных направлений.
9. Метод Ньютона.
10. Метод штрафных функций.
11. Метод случайного поиска.

При сдаче экзамена обсуждается и оценивается отчет по заданию (проекту), выполненному в процессе обучения.

Задание: используя один из прямых методов оптимизации (тема 2) решить задачу [2] пункты 1.2.6, 1.3.5 (список задач может быть расширен). Метод решения реализовать в виде программы. По результатам решения составить отчет, включающий следующие обязательные пункты: постановка задачи, используемый метод решения, учет особенностей решаемой задачи, полученные результаты и их анализ (включая сравнение с аналитическим решением).

Образцы билетов

Билет 1. Определение градиента. Вычислить градиенты функционала и ограничений в следующей задаче математического программирования: $x_1 x_2 + x_2 x_3 \rightarrow \text{extr}$, $x_1^2 + x_2^2 = 2$, $x_2 + x_3 = 2$. Сформировать вычислительную схему решения задачи с использованием одного из подходящих прямых методов.

- Методические материалы, определяющие процедуры оценивания результатов обучения: листки с определениями и задачами для самостоятельного решения.

Типовые задания для самостоятельного решения.

Рассмотреть метод наискорейшего спуска для минимизации функции

а) $x^2 + a y^2$

б) $x^2 + y^2 + a z^2$

для различных начальных приближений, считая константу a много больше 1.

Применить метод субградиента к задаче

$$|x+y|+|x-y| \to \inf, x^2+y^2 \leq 1, x \geq 0, y \leq 0.$$

Применить метод штрафных функций к задачам:

а) $x^2+y^2 \to \inf, x+y \geq 1$;

б) $x^2+y^2 \to \inf, x+y=1$;

в) $xy \to \inf, x^2+y^2 \leq 25$;

г) $xy \to \inf, x^2+y^2=25$;

д) $x^2+y^2+z^2 \to \inf, x+y+z+1 \leq 0$;

е) $x^2+(1-xy)^2 \to \inf, x \geq a > 0$.

Линейная система управляемого процесса

$$\dot{x} = D(t)x + B(t)u + F(t),$$

$$u(t) \in U \text{ for all } t \in [t_0, T],$$

$$u(t) \in L_2^r[t_0, T],$$

где

$x(t)$ - n -мерная вектор-функция фазовых переменных,

$u(t)$ - r -мерная вектор-функция управляющих переменных (управлений),

$D(t)$ - матричная $n \times n$ функция,

$B(t)$ - матричная $n \times r$ функция,

$F(t)$ - n -мерная вектор-функция.

Фиксированный левый конец:

$$x(t_0) = x_0.$$

Минимизируемые функционалы:

а) $(x(T)-b)^2 \to \min,$

б) $(x(T)-b)^2 + a \int_{t_0}^T u^2 dt \to \min \quad (a = \text{const} > 0),$

в) $\int_{t_0}^T (x(t)-b(t))^2 dt \to \min$

г) $\int_{t_0}^T (x(t)-b(t))^2 dt + a \int_{t_0}^T u^2 dt \to \min \quad (a = \text{const} > 0).$

Задания:

для линейной задачи с фиксированным левым концом и свободным правым концом и функционалом "а" ("б", "в", "г")
описать градиентный метод (метод проекции градиента, условного градиента, сопряженных направлений) и исследовать сходимость.

12. Ресурсное обеспечение:

- Перечень основной и дополнительной учебной литературы:

1. Алексеев В.М., Тихомиров В.М., Фомин С.В. Оптимальное управление. М.: Наука, 1979.
2. Галеев Э.М., Тихомиров В.М. Оптимизация. Теория. Примеры. Задачи. М.: УРСС, 2002.
3. Бахвалов Н.С., Жидков Н.П., Кобельков Г.М. Численные методы. М.: Наука, 1987. (Лаборатория базовых знаний, 2002).
4. Моисеев Н.Н. Численные методы в теории оптимальных систем. М.: Наука, 1971.
5. Васильев Ф.П. Методы оптимизации. М.: Факториал Пресс 2002.
6. Черноусько Ф.Л., Баничук Н.В. Вариационные задачи механики и управления. М.: Наука, 1973.
7. Федоренко Р.П. Приближенные решения задач оптимального управления. М.: Наука, 1978.
8. Федоренко Р.П. Введение в вычислительную физику. М.: МФТИ, 1994.

- Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»
- Перечень используемых информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса, включая программное обеспечение, информационные справочные системы (при необходимости): свободное программное обеспечение (компиляторы C/C++ или FORTRAN, gnuplot, издательская система LaTeX).
- Описание материально-технической базы: аудиторный фонд механико-математического факультета.

13. Язык преподавания.

русский

14. Преподаватель (преподаватели).

доцент Григорьев Илья Сергеевич, доцент Заплетин Максим Петрович

Заведующий кафедрой

Вычислительной математики

профессор, д.ф.-м.н.

/Кобельков Г.М./