

ПРОГРАММА ЭКЗАМЕНА по ЧИСЛЕННЫМ МЕТОДАМ \\
на инженерном потоке 2015 г.

1. Классификация погрешностей. БЖК 17-21 (17-26)
2. Уравнения в конечных разностях. Решение линейных уравнений в конечных разностях с постоянными коэффициентами (на примере уравнений второго порядка). БЖК 51-58 (50-56)
3. Интерполяционный многочлен Лагранжа. Оценка погрешности. БЖК 39-43 (38-42)
4. Разделенные разности. Интерполяционная формула Ньютона. БЖК 43-48 (42-47)
5. Многочлены Чебышева. Их свойства. Применение многочленов Чебышева в задачах интерполяции. БЖК 58-65 (56-63)
6. Кусочно-кубические приближения Эрмита, Бесселя, Акимы, с использованием разделенных разностей. ([10])
7. Интерполяция кубическими сплайнами. ([10])
8. Способы определения недостающих граничных условий. (для фундаментальных сплайнов, по известным значениям второй производной, естественные граничные условия, "отсутствие узла" в приграничных узлах, дополнительный узел, экстраполяция в приграничных узлах. ([10])
9. Численное дифференцирование. Оценка погрешности. Метод неопределенных коэффициентов для построения формул численного дифференцирования. БЖК 76-84 (73-81)
10. Квадратуры Ньютона-Котеса и оценка погрешности для них. БЖК 94-98 (91-95)
11. Простейшие квадратуры "прямоугольников", "трапеций" и Симпсона. Оценка погрешности для этих квадратур. БЖК 86-94 (83-90)
12. Составные квадратурные формулы. Оценка погрешности для составной квадратурной формулы. БЖК 119-124 (116-120)
13. Интегрирование быстро осциллирующих функций. БЖК 116-119 (113-115)
14. Правило Рунге оценки погрешности интегрирования. БЖК 144-148 (139-143)
15. Ортогональные многочлены. Их свойства. БЖК 99-106 (96-102)
16. Квадратуры Гаусса. БЖК 106-112 (102-108)
17. Наилучшее приближение в линейном нормированном пространстве. БЖК 164-166 (160-161)
18. Наилучшее равномерное приближение. Теоремы Валле-Пуссена и Чебышева. БЖК 178-181 (173-181)
19. Наилучшее приближение в Гильбертовом пространстве. БЖК 166 -170 (161 -165)
20. Дискретное преобразование Фурье. БЖК 171-175 (166-170)
21. Метод Гаусса решения систем линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) и его модификации. БЖК 253-258 (257-262)
22. Преобразование "элементарного вращения". Приведение матрицы к верхнетреугольному виду при помощи "элементарных вращений". Применение элементарных вращений для решения СЛАУ. Богачев (Алгебра) 62-74

23. Преобразование отражения. Приведение матрицы к верхнетреугольному виду при помощи преобразования отражения. Применение преобразования отражения для решения СЛАУ. БЖК 262-265 (265-268)
24. Норма матрицы, порожденная нормой в векторном пространстве. Примеры нормировок векторного пространства и соответствующих им норм матриц. БЖК 250-253 (255-257)
25. Сингулярные значения матрицы. Сингулярное разложение. Ищенко, Размыслов Практикум по вычислительным методам алгебры 70-76
26. Локализация собственных значений. Богачев (Алгебра) 112-115
27. Метод вращений Якоби. Богачев (Алгебра) 122-132
28. Метод бисекции. Богачев (Алгебра) 132-138
29. QR-алгоритм. Богачев (Алгебра) 160-182
30. Оценка относительной погрешности численного решения СЛАУ по невязке. БЖК 304-306 (303-305)
31. Метод простой итерации (МПИ) решения СЛАУ. БЖК 265-268 (269-271)
32. Оптимизация скорости сходимости одношагового МПИ. БЖК 275-276 (277-278)
33. Чебышевское ускорение МПИ. БЖК 276-285 (279-287)
34. Метод Зейделя и покоординатного спуска. БЖК 285-290 (287-292)
35. Метод наискорейшего градиентного спуска. БЖК 290-294 (292-295)
36. Понятие о методе сопряженных градиентов. (лекции, [13] 153-154)
37. Итерационные методы с использованием спектрально-эквивалентных операторов. БЖК 300-304 (299-302)
38. Метод простой итерации решения нелинейных уравнений и систем. БЖК 326-330 (319-322)
39. Метод Ньютона решения нелинейных уравнений и систем. БЖК 330-336 (323-329)
40. Решение уравнения $y'=f(x, y)$ методом Эйлера. Методы Рунге-Кутты. БЖК 355-361 (360-365)
41. Оценка погрешности одношаговых методов. Методы с контролем погрешности на шаге. БЖК 361-367 (365-372)
42. Исследование свойств конечно-разностных методов на модельных задачах. БЖК 375-380 (379-384)
43. Понятие о жестких системах дифференциальных уравнений. Неявные методы их интегрирования. БЖК 393-394 (397-398)
44. Явные методы интегрирования жестких систем дифференциальных уравнений, основанные на выборе переменного шага. БЖК 395-400
45. Трехточечная разностная схема для уравнения второго порядка с краевыми условиями первого рода. Оценка погрешности. БЖК 409-411 (403-405)
46. Разностные схемы повышенного порядка точности для краевой задачи для уравнения второго порядка. БЖК 411-415 (406-409)

47. Метод прогонки. БЖК 422-424 (413-415)
48. Метод стрельбы решения простейшей краевой сеточной задачи. БЖК 420-422 (415-418)
49. Понятия сходимости, аппроксимации и устойчивости в теории р.с. Теорема Филиппова (о связи между сходимостью, аппроксимацией и устойчивостью). ([1] 485-490)
50. Теорема Куранта (об областях зависимости), спектральный признак устойчивости (СПУ). ([1] 483-485)
51. Простейшие явные разностные схемы для уравнения переноса (с односторонними разностями, центральной разностью по пространственной переменной, схема Лакса). Исследование их свойств по теореме Куранта и СПУ. ([1] 490-497)
52. Дифференциальное приближение разностной схемы. Эвристический анализ разностных схем на основе дифференциального приближения. Дисперсионные и диссипативные свойства р.с. ([4] 108-117, [10] 22-28)
53. Операторно-разностная форма записи р.с. Достаточные условия устойчивости р.с. в ЛНП. Оператор перехода. ([3] 321-328)
54. Энергетическое тождество для двухслойных разностных схем. Необходимое и достаточное условие устойчивости р.с. ([3] 332-333)
55. Априорные оценки устойчивости р.с. по правой части. ([3] 343-344)
56. Разностные схемы для начально-краевой задачи уравнения теплопроводности. Исследование аппроксимации, устойчивости в норме C и по спектральному признаку устойчивости. ([1] 520-524)
57. Теоремы вложения и разностная лемма Гронуолла. (лекции, [3] Глава: Предварительные сведения. Параграф: Математический аппарат теории разностных схем. [12] 10-11)
58. Исследование чисто неявной разностной схемы для уравнения теплопроводности методом энергетических неравенств в нормах $L_{2,h}$ и $W^1_{2,h}$. (лекции, [1] 529-532)
59. Неявная разностная схема для линейного вязкого уравнения Бюргерса. Существование и единственность ее решения. Исследование устойчивости энергетическим методом для $\|v\|_{L_{2,h}}$ и $\|v_x\|_{L_{2,h}}$. (лекции, [12])
60. Неявная разностная схема для нелинейного вязкого уравнения Бюргерса. Кососимметричность оператора, аппроксимирующего конвективную часть дифференциального оператора. Оценки погрешности численного интегрирования в норме $L_{2,h}$. (лекции, [12])
61. Разностная схема для уравнения Пуассона в прямоугольнике. Исследование ее устойчивости, аппроксимации и сходимости. ([1] 535-541)
62. Разностная схема для уравнения Пуассона в прямоугольнике повышенного порядка точности.
63. Методы решения уравнения Пуассона в областях с криволинейной границей. Оценка точности этих методов (без доказательства). ([1] 541-544)
64. Энергетический метод исследования точности разностной схемы для уравнения

Пуассона в прямоугольнике. ([1] 545-547)

65. Обобщенное решение как минимум функционала. Вариационно-разностная схема. Триангуляция области. Кусочно-линейное восполнение сеточной функции. Система уравнений. Оценка точности. ([1])

1. Бахвалов Н.С., Жидков Н.П., Кобельков Г.М. Численные методы. М.: Наука, 1988.

2. Рождественский Б.Л., Яненко Н.Н. Системы квазилинейных уравнений и их приложения к газовой динамике. М.: Наука, 1978.

3. Самарский А.А. Теория разностных схем. М.: Наука, 1983.

4. Андерсон Д., Таннехил Дж., Плетчер Р. Вычислительная гидромеханика и теплообмен. т.1, М.: Мир, 1990.

5. Бахвалов Н.С. Численное решение задач с негладкими данными и интелеполяционные теоремы. Труды МИ АН СССР, 1984, т.166, с. 18-22.

6. Антонцев , Кажихов , Монахов Краевые задачи механики жидкостей и газов. Новосибирск: Наука, 1983.

8. Ю.П.Размыслов, С.Я.Ищенко Практикум по вычислительным методам алгебры. М.: МГУ, 1989.

9. К.Ю.Богачев Практикум на ЭВМ. Методы решения линейных систем и нахождения собственных значений. М.: Изд-во центра прикладных исследований при механико-математическом ф-те МГУ, 1998.

10. К.Ю.Богачев Практикум на ЭВМ. Методы приближения функций М.: Изд-во центра прикладных исследований при механико-математическом ф-те МГУ, 1999.

11. Попов А.В. Практикум на ЭВМ. Разностные методы решения квазилинейных уравнений первого порядка. М.: Изд-во центра прикладных исследований при механико-математическом ф-те МГУ, 2003.

12. Горицкий А.Ю., Кружков С.Н., Чечкин Г.А. Уравнения с частными производными первого порядка. (Учебное пособие) М.: Издательство Центра прикладных исследований при механико-математическом факультете МГУ, 1999, 96 с.

13. Попов А.В. Неявные разностные схемы для нестационарного движения вязкого газа. Труды математического центра имени Н.И.Лобачевского. т.13. Численные методы решения линейных и нелинейных краевых задач. Материалы всероссийской молодежной научной школы-конференции (Казань, 19-23 ноября 2001 г.). Казань. Издательство "ДАС". 2001 г. с. 4-54.

14. Е.В.Чижонков Лекции по курсу «Численные методы». М. .: Изд-во центра прикладных исследований при механико-математическом ф-те МГУ, 2006.