

Программа спецкурса «Вариационные неравенства и итерационные методы»,

Лектор – проф. Чижонков Е.В.,

0, 5 года; 3-5 курсы, асп.; 2014/2015 уч. год

1. Сведение задачи минимизации дифференцируемой функции на отрезке к вариационному неравенству.
2. Эквивалентность постановок в случае выпуклой функции.
3. Выпуклое множество. Дифференцируемость функции на выпуклом множестве по выпуклому множеству.
4. Сведение задачи минимизации дифференцируемой функции на выпуклом множестве к вариационному неравенству.
5. Эквивалентность постановок в случае выпуклой функции.
6. Постановка задачи минимизации квадратичной функции с симметричной положительно полуопределенной матрицей.
7. Конечно-разностная аппроксимация задачи о препятствии ( с ограничением на решение).
8. Конечно-разностная аппроксимация задачи с ограничением на производную решения.
9. Отличие вариационного неравенства с недифференцируемым функционалом от неравенства с множеством ограничений.
10. Эквивалентность задачи минимизации и вариационного неравенства с недифференцируемым функционалом.
11. Постановка задачи минимизации недифференцируемой квадратичной функции с симметричной положительно полуопределенной матрицей.
12. Конечно-разностная аппроксимация задачи с ограничением на интеграл от модуля решения.
13. Конечно-разностная аппроксимация задачи с ограничением на интеграл от модуля производной решения.
14. Эффективное множество функции.
15. Полунепрерывная снизу функция.
16. Собственная функция.
17. Надграфик выпуклой функции.
18. Замкнутость надграфика полунепрерывной снизу функции.
19. Афинная миноранта выпуклой, собственной и полунепрерывной снизу функции.
20. Теорема существования задачи минимизации для коэрцитивной, выпуклой, собственной и полунепрерывной снизу функции.
21. Индикаторная функция выпуклого замкнутого множества и ее свойства.
22. Сведение задачи минимизации для коэрцитивной, выпуклой, собственной и полунепрерывной снизу функции к вариационному неравенству с недифференцируемым функционалом.
23. Теорема существования и единственности для решения задачи минимизации с симметричной положительно определенной матрицей.
24. Теорема существования и единственности для решения вариационного неравенства с симметричной положительно определенной матрицей.

25. Оценки устойчивости для решения вариационного неравенства с симметричной положительно определенной матрицей.
26. Субградиент выпуклой, собственной и полунепрерывной снизу функции.
27. Субдифференциал выпуклой, собственной и полунепрерывной снизу функции.
28. Эквивалентность задач минимизации и включения для выпуклой, собственной и полунепрерывной снизу функции.
29. Три эквивалентных постановки для задачи с симметричной положительно определенной матрицей.
30. Свойства субдифференциалов выпуклой, собственной и полунепрерывной снизу функции.
31. Примеры субдифференциалов: для гладкой функции, для индикаторной функции выпуклого замкнутого множества, для функции  $\max\{0, x\}$ , для сепарабельной функции.
32. Уравнения с многозначными операторами, допускающими прямое решение: с диагональным оператором, с функцией Хевисайда, с треугольным оператором, типа ортогональной проекции на параллелепипед и шар.
33. Стационарный одношаговый метод для включения.
34. Теорема о сходимости стационарного одношагового метода для включения с оценкой погрешности.
35. Предобусловленный стационарный одношаговый метод для включения.
36. Теорема о сходимости предобусловленного стационарного одношагового метода для включения с оценкой погрешности.
37. Особый случай несимметричной положительно определенной матрицы.
38. Одношаговый метод с переменным предобусловливателем.
39. Теорема о сходимости метода с переменным предобусловливателем для включения.
40. Экстраполированный метод Якоби для включения.
41. Метод последовательной верхней релаксации для включения.
42. Блочный метод последовательной верхней релаксации для включения.
43. Метод симметричной последовательной верхней релаксации для включения.
44. Блочный метод Гаусса-Зейделя для включения.
45. Блочный метод Гаусса-Зейделя с перекрывающимися блоками для включения.
46. Критерий останова итерационных методов.
47. Методы расщепления для вариационных неравенств с положительно определенными матрицами. Общая схема.
48. Частные случаи методов расщепления: метод Дугласа-Рекфорда, метод Письмена-Рекфорда, методы с факторизованными операторами в качестве предобусловливателя.
49. Теорема о связи норм оценок погрешностей для методов расщепления. Частные случаи.
50. Теорема о сходимости методов расщепления. Частные случаи.
51. Особый случай несимметричной положительно определенной матрицы в методах расщепления.
52. Факторизованный итерационный метод расщепления для задачи с симметричной матрицей. Частные случаи.

53. Метод с факторизованным предобусловливателем для задачи с симметричной матрицей.
54. Двухступенчатый итерационный метод.
55. Теоремы сходимости двухступенчатого метода в коммутативном и некоммутативном случаях.
56. Решение матричных игр методами сеточных вариационных неравенств. Общая идея и примеры алгоритмов.