

## ПРОГРАММА КУРСА "ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ"

4-й курс 1-й поток мех-мат ф-т

1. Введение в численные методы.
2. Постановка задачи интерполяции; интерполяционный многочлен Лагранжа; его существование и единственность.
3. Оценка погрешности интерполяционной формулы Лагранжа. Понятие о количестве арифметических операций как об одном из критериев оценки качества алгоритма.
4. Разделенные разности. Интерполяционный многочлен Лагранжа в форме Ньютона с разделенными разностями. Интерполяция с кратными узлами.
5. Многочлены Чебышева; их свойства. Минимизация остаточного члена погрешности интерполирования.
6. Тригонометрическая интерполяция. Дискретное преобразование Фурье.
7. Быстрое дискретное преобразование Фурье.
8. Наилучшее приближение в нормированном пространстве. Существование элемента наилучшего приближения.
9. Чебышевский альтернанс; единственность многочлена наилучшего приближения в  $C$ . Примеры.
10. Ортогональные многочлены. Процесс ортогонализации Шмидта. Запись многочлена в виде разложения по ортогональным мн-нам; ее преимущества. Рекуррентная формула для вычисления ортогональных многочленов.
11. Численное дифференцирование; вычислительная погрешность формул численного дифференцирования.
12. Сплайны. Экстремальные свойства сплайнов. Построение кубического интерполяционного сплайна. Понятие о  $B$ -сплайнах.
13. Простейшие квадратурные формулы - прямоугольников, трапеций, Симпсона. Квадратурные формулы Ньютона-Котеса. Оценка погрешности этих квадратурных формул. Квадратурные формулы Гаусса; их построение, положительность коэффициентов, сходимости. Составные квадратурные формулы, оценки погрешности.
14. Интегрирование сильно осциллирующих функций. Вычисление интегралов в нерегулярных случаях.

15. Правило Рунге оценки погрешности. Принципы построения стандартных программ с автоматическим выбором шага.
16. Основные задачи линейной алгебры. Метод Гаусса; метод отражений.
17. Метод простой итерации. Теорема о достаточном условии сходимости. Необходимое и достаточное условие сходимости.
18. Поведение метода простой итерации в реальном процессе.
19. Метод простой итерации для симметричных положительно определенных матриц (метод Ричардсона). Оптимизация параметра процесса.
20. Чебышевское ускорение метода Ричардсона.
21. Линейный оптимальный процесс.
22. Итерационные методы со спектрально эквивалентными операторами.
23. Метод наискорейшего градиентного спуска.
24. Метод Зейделя.
25. Метод Ричардсона для систем уравнений с несимметричными матрицами.
26. Понятие о методе сопряженных градиентов. Конечность метода.
27. Метод Тихонова решения плохо обусловленных систем ЛАУ.
28. Методы решения нелинейных уравнений (метод бисекций, метод простой итерации и метод Ньютона).
29. Метод разложения в ряд Тейлора решения задачи Коши для ОДУ. Метод Эйлера и его модификации. Методы Рунге-Кутты.
30. Конечно-разностные методы. Понятие об аппроксимации. Исследование свойств конечно-разностных схем на модельных примерах.
31. Основные понятия теории разностных схем - аппроксимация, устойчивость, сходимость. Аппроксимация, устойчивость и сходимость для простейшей краевой задачи для ОДУ второго порядка.
32. Схемы повышенного порядка аппроксимации, аппроксимация других граничных условий.
33. Методы решения системы ЛАУ с трехдиагональной матрицей (метод стрельбы и метод прогонки).
34. Конечно-разностные схемы как операторы в конечномерных пространствах. Простейшие сеточные теоремы вложения. Сходимость конечно-разностной схемы в сеточном пространстве Соболева.
35. Аппроксимация, устойчивость и сходимость разностной схемы для краевой задачи с оператором второго порядка и кубической нелинейностью.
36. Метод конечных элементов.
37. Простейшие разностные схемы для уравнения переноса. Спектраль-

ный признак устойчивости. Примеры.

38. Простейшие разностные схемы для уравнения теплопроводности с одной пространственной переменной. Явная и неявная схемы. Схема со вторым порядком аппроксимации.

39. Разностная схема для уравнения Пуассона в прямоугольнике. Ее корректность. Симметричность и положительная определенность сеточного оператора Лапласа. Схема повышенного порядка.

40. Методы решения сеточной задачи Дирихле для уравнения Пуассона (метод Гаусса, метод разложения в дискретный ряд Фурье, метод простой итерации).

41. Численное решение задачи Дирихле для эллиптического уравнения с постоянными коэффициентами и смешанной производной.